

UDC 517.44

## ONE OF THE MATHEMATICAL MODELS OF ECONOMIC, SOCIAL AND ENVIRONMENTAL SUSTAINABILITY IN TOURISM

JABBOROV NASRIDDIN MIRZOODILOVICH

TOSHKENT DAVLAT IQTISODIYOT UNIVERSITETI, TOSHKENT, O‘ZBEKISTON

jaborovnasriddin@gmail.com

YUSUPOVA SHAXLO BAXTIYOR QIZI

BELARUS-O‘ZBEKISTON QO‘SHMA TARMOQLARARO AMALIY-TEXNIK KVALIFIKATSIYALAR INSTITUTI,

TOSHKENT, O‘ZBEKISTON

shaxlo.yusupova@gmail.com

### ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada turizm tizimining uzoq muddatli barqarorligini matematik modellashtirish asosida tahlil qilish yondashuvi ishlab chiqilgan. Taklif etilgan model iqtisodiy ( $E$ ), ijtimoiy ( $S$ ) va ekologik ( $Q$ ) omillar o‘rtasidagi chiziqli bo‘lmagan o‘zaro ta’sirlarni birgalikda hisobga olib, ularning vaqt o‘tishi bilan qanday barqaror holatga kelishini aniqlaydi.

**Kalit so‘zlar:** Turizm barqarorligi, statsionar nuqta, asimptotik barqarorlik, Yakobiyan matritsasi, antropogen yuk, matematik modellashtirish, ekologik yuk, raqamli simulyatsiya.

**Kirish.** So‘nggi yillarda turizm sohasi nafaqat iqtisodiy rivojlanishning muhim omillaridan biriga, balki ijtimoiy farovonlik va ekologik muvozanatni ta’minlovchi kompleks tizimga aylanib bormoqda. Turizmning iqtisodiyotga ta’siri, ijtimoiy barqarorlikka qo‘shgan hissasi va tabiiy muhitga yuklamasi o‘zaro chambarchas bog‘liq bo‘lib, ularni alohida emas, balki yagona tizim sifatida o‘rganish zarur.

**Mavzuga oid adabiyotlar tahlili:** Turizmning iqtisodiy, ijtimoiy va ekologik tizimlarga ko‘rsatadigan ta’sirini ilmiy jihatdan o‘rganish masalasi XIX asrning ikkinchi yarmidan boshlab iqtisodiyot va biologiya fanlarida shakllangan differensial modellar nazariyasining rivojlanishi bilan uzviy bog‘liqdir. Dastlabki matematik asoslar P.-F. Verhulst (1838) tomonidan taklif etilgan logistika modeli orqali populyatsiya o‘sishini tavsiflashda qo‘llanilgan bo‘lsa, A. J. Lotka (1925) va V. Volterra (1926) tomonidan biologik sistemalarda turlarning o‘zaro ta’sirini ifodalovchi klassik differensial tenglamalar tizimi ishlab chiqilgan. Bu yondashuvlar keyinchalik turizm jarayonlarini modellashtirishga ham tatbiq etila boshlandi.

**Tadqiqot metodologiyasi:** Mazkur model, uch omil o‘rtasidagi chiziqli bo‘lmagan o‘zaro ta’sirlarni birgalikda hisobga olish orqali, turizmning uzoq muddatli barqarorligini tahlil qilish imkonini beradi. Bu yondashuv yordamida real statistik ma’lumotlar asosida parametrlarni aniqlab, barqarorlik holatlari va ularning hududiy sharoitlarga mosligini baholash mumkin.[1,5]

**Model:**

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = a_1 E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) + b_1 S - c_1 Q, \\ \frac{dS}{dt} = a_2 S \left(1 - \frac{S}{K_S}\right) + b_2 S - c_2 Q, \\ \frac{dQ}{dt} = a_3 EQ + b_3 S - d_3 Q, \end{cases} \quad (1)$$

Statsionar nuqta ( $E^*, S^*, Q^*$ ) (yoki muvozanat holati) barcha hosilalari nolga teng bo‘lgan holat sifatida aniqlanadi. Ya’ni, statsionar nuqtada tizim tenglamalarni qondiradi:

**Tahlil va natijalar.** Muvozanatga quyidagi hollarda erishiladi:

$$\frac{dE}{dt} = 0, \quad \frac{dS}{dt} = 0, \quad \frac{dQ}{dt} = 0.$$

Bu tenglamalar sistemasini analitik tarzda hal qilish qiyin, ammo muvozanat nuqta atrofidagi o‘zgarishlarni o‘rganish mumkin (mahalliy tahlil).

Ushbu chiziqli bo‘lmagan algebraik tenglamalar tizimining yechimi statsionar qiymatlar  $(E^*, S^*, Q^*)$  ni beradi. Analitik yechim topish qiyin, shuning uchun raqamli modellashtirishga murojaat qilamiz. Biz dastlabki tizimni boshlang‘ich shartlari va parametrlar qiymatlarini quyidagicha kiritdik:

$$\begin{aligned} E(0) &= 20, & S(0) &= 15, & Q(0) &= 30, & t &= 100 \\ a_1 &= 0.1, & a_2 &= 0.05, & a_3 &= 0.02, \\ b_1 &= 0.02, & b_2 &= 0.03, & b_3 &= 0.05, \\ c_1 &= 0.04, & c_2 &= 0.03, & c_3 &= 0.01 \\ K_E &= 100, & K_S &= 80 \end{aligned}$$

(masalan, Eyler usuli yordamida kichik qadam)  $E(t)$  (iqtisodiyot),  $S(t)$  (ijtimoiy barqarorlik) va  $Q(t)$  (ekologiya) bilan berilgan boshlang‘ich sharoitlarda birlashtiramiz. Vaqt o‘tishi bilan statsionar holatga yaqinlashishi ko‘zatiladi.

**Sonli yechim.** Simulyatsiya paytida, vaqtinchalik jarayonlardan so‘ng,  $E(t), S(t), Q(t)$  qiymatlari doimiy qiymatlarga moyilligi kuzatiladi. Hozirgi vaqtda o‘zgaruvchilar deyarli o‘zgarishsiz qolmoqda, bu muvozanatga erishilganligini ko‘rsatadi. Biz taxminan statsionar yechimni olamiz:

$$(E^*, S^*, Q^*) \approx (119.06, 2.59)$$

Ya‘ni, muvozanat holati taxminan  $(E^*, S^*, Q^*) \approx (119.06, 2.59)$  ga teng. E‘tibor bering, S ning E ga ijobiy ta‘siri va aksincha, ning ga muvozanat qiymatlari ularning avtonom chegara darajalari  $K_E = 100$  va  $K_S = 80$  dan oshadi (har bir populyatsiyaning o‘zi o‘zining ekologik imkoniyatlarini oshira olmaydi, lekin o‘zaro yordam va Q ning qiymatining kamayishi kattaroq natijalarga erishish imkonini beradi). Tekshirish uchun, topilgan  $E, S, Q$  muvozanat tenglamalariga almashtiriladi va ularni nolga aylantiradi (kichik sonli xato bilan), bu hisoblangan statsionar yechimning to‘g‘riligini tasdiqlaydi.

**Teorema.**  $(E^*, S^*, Q^*)$  barqaror turizm modelini tavsiflovchi nochiziqli differensial tenglamalar sistemasining statsionar yechimi bo‘lsin. Agar  $(E^*, S^*, Q^*)$  nuqtasida hisoblangan Yakobiyani matritsasi  $J$  ning barcha xos qiymatlari, manfiy haqiqiy qismlarga ega bo‘lsa, u holda statsionar nuqta **asimptotik barqarordir**.

**Isbot (quyidagiga qisqartirildi).** Statsionar nuqtaga yaqin joyda sistemani chiziqli qilish natijasida olingan  $J$  Yakobiyani matritsasi muvozanat atrofida kichik buzilishlarning harakatini tavsiflaydi. Lyapunovning chiziqli barqarorlik teoremasiga ko‘ra, agar Yakobiyani matritsasining  $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$  spektri barcha  $i$  uchun  $Re(\lambda_i) < 0$  shartini qanoatlantirsa, u holda muvozanat mahalliy asimptotik barqarordir.

**Yakobiyani matritsasi.** Chiziqli yaqinlashtirish (Teylorning birinchi tartibi) amalga oshiriladi. Qisman hosilalar hisoblab chiqiladi, keyin muvozanat qiymatlari almashtiriladi:

$$J(E^*, S^*, Q^*) \approx \begin{pmatrix} -0.14 & 0.02 & -0.04 \\ 0.03 & -0.11 & -0.03 \\ -0.052 & 0.05 & -2.41 \end{pmatrix}$$

**Sistema va Yakobiyani matritsasining chiziqilashtirilishi.** Topilgan muvozanatning mahalliy barqarorligini tahlil qilish uchun  $(E^*, S^*, Q^*)$  nuqta atrofida sistemani chiziqli qilamiz. Chiziqilashtirish asl nochiziqli modelni Teylor qatoriga kengaytirish va kichiklikning yuqori tartiblarini bekor qilish natijasida olingan birinchi yaqinlashuvi (chiziqli model) bilan almashtirishdan iborat. Yakobiyani matritsasi  $J$  - statsionar nuqtada hisoblangan o‘zgaruvchilarga nisbatan tizimning o‘ng tomonlarining qisman hosilalari matritsasi. Ushbu sistema uchun Yakobiyani matritsasining umumiy shakli  $(E, S, Q)$  uchun tenglamalarning o‘ng tomonlarini  $f_1, f_2, f_3$  deb belgilaymiz. Kerakli hosilalarni

$$f_1(E, S, Q) = a_1 E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) + b_1 S - c_1 Q :$$

funksiya uchun hisoblaymiz:

$$\frac{\partial f_1}{\partial E} = a_1 \left(1 - \frac{2E}{K_E}\right), \quad \frac{\partial f_1}{\partial S} = b_1, \quad \frac{\partial f_1}{\partial Q} = -c_1.$$

$$f_2(S, E, Q) = a_2S(1 - \frac{S}{K_S}) + b_2E - c_2Q$$

uchun

$$\frac{\partial f_2}{\partial E} = b_2, \quad \frac{\partial f_3}{\partial S} = a_2(1 - \frac{2S}{K_S}), \quad \frac{\partial f_2}{\partial Q} = -c_2$$

$$f_3(E, S, Q) = -a_3EQ + b_3S - d_3Q$$

uchun  $\frac{\partial f_3}{\partial E} = -a_3Q$ ,  $\frac{\partial f_3}{\partial S} = b_3$ ,  $\frac{\partial f_3}{\partial Q} = -a_3Q - d_3$ , Ushbu hosilalarga muvozanat qiymatlari  $(E^*, S^*, Q^*) = (119.98, 125.06, 2.59)$  ni qo'yib, muvozanat nuqtasida Yakobiyan matritsasini olamiz:

$$\frac{\partial f_1}{\partial E} \approx -0.14, \quad \frac{\partial f_2}{\partial S} \approx -0.11, \quad \frac{\partial f_3}{\partial E} \approx -0.0518, \quad \frac{\partial f_3}{\partial Q} \approx -2.4096,$$

Bundan:

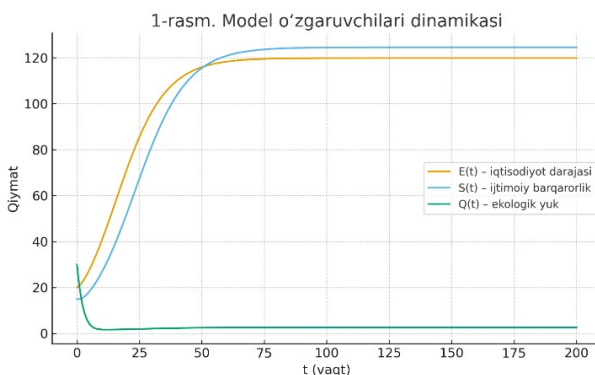
$$J(E^*, S^*, Q^*) \approx \begin{pmatrix} -0.14 & 0.02 & -0.04 \\ 0.03 & -0.11 & -0.03 \\ -0.052 & 0.05 & -2.41 \end{pmatrix}$$

ni aniqlaymiz. (Bu yerda elementlar verguldan so'ng ikki xonagacha yaxlitlandi.)

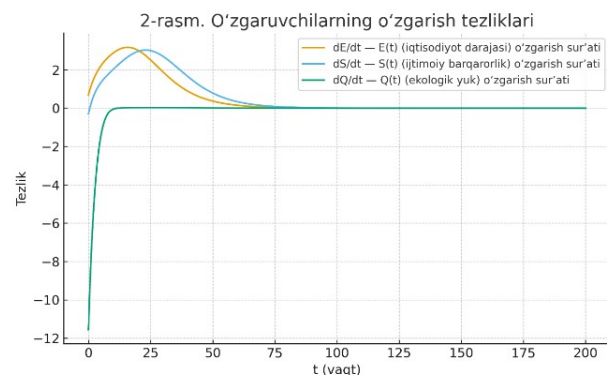
**Xususiylar va muvozanat barqarorligi.**Endi, Yakobiyan matritsasi asosida biz muvozanat nuqtasining mahalliy barqarorligini tahlil qilamiz. Buning uchun  $|J - \lambda I| = 0$  tenglamasini yechish Jorqali matritsasining  $\lambda$  xos qiymatlarini topamiz. Yakobiyan matritsasi uchun sonli hisoblangan xos qiymatlar:

$$\lambda_1 \approx -2.410, \lambda_2 \approx -0.152, \lambda_3 \approx -0.094,$$

Yakobiyaning barcha xos qiymatlari manfiy, ular chiziqli bo'lmagan dinamik tizimlar nazariyasiga ko'ra, muvozanat barqarorligi uchun yetarli shartdir. Statsionar holat nuqtasi  $(E^*, S^*, Q^*) \approx (120, 125, 2.59)$  topildi va u barqaror.



(a) Turizm barqarorligi modelining dinamikasi

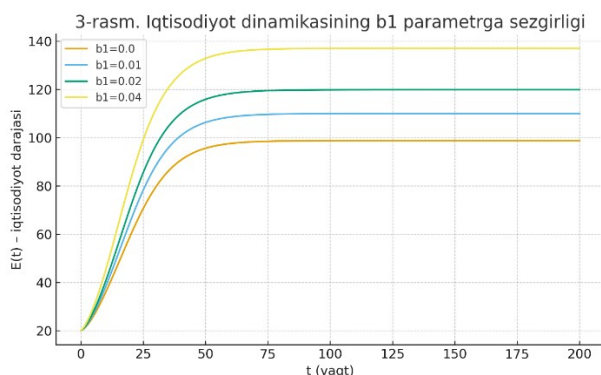


(b) Vaqt bo'yicha o'zgaruvchilarning o'zgarish sur'atlari

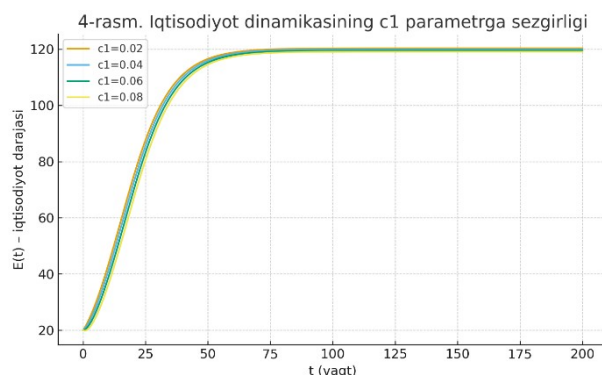
Model natijalarining grafik tasviri

Grafikda (Rasm 1. da) barqaror turizm modelining uchta o'zgaruvchisi dinamikasi ko'rsatilgan. Grafikdan ko'rinib turibdiki, o'zgaruvchilar ayni payt  $t = 60 - 80$  da barqaror qiymatlarga moyil bo'lib, bu barqaror holatga erishishni tasdiqlaydi. Ekologiya  $Q(t)$  ga nisbatan past darajada kamayadi va barqarorlashadi. Iqtisodiyot  $E(t)$  va ijtimoiy barqarorlik  $S(t)$  tiklanadi va o'zaro ijobiy munosabatlar tufayli o'zlarining chegaraviy qiymatlari  $K_E, K_S$  dan oshadi. Grafikda (Rasm 2 da) model o'zgaruvchilarining o'zgarish tezligi ko'rsatilgan. Barcha hosilalar vaqt o'tishi bilan nolga aylanib boradi, bu barqaror holatga erishishni tasdiqlaydi. Boshida o'tkinchi jarayonlar kuzatiladi: iqtisodiyot va ijtimoiy barqarorlik o'sib boradi, ekologik yomonlashuv esa kamayadi. Tebranishlar to'xtagandan so'ng, tizim barqarorlashadi va barcha o'zgarishlar ahamiyatsiz darajada kichik bo'ladi.

Grafikda (Rasm 3 da)  $b_1$  (ijtimoiy sohaning iqtisodiyotga ta'siri) parametrining o'zgarishi  $E(t)$  iqtisodiyot dinamikasiga qanday ta'sir qilishini ko'rsatadi:



(a)  $b_1$  parametrga modelning sezgirligi



(b) Modelning  $c_1$  parametrga sezgirligi

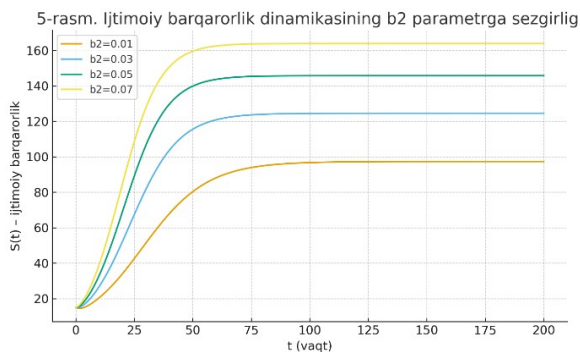
### Model parametrlariga sezgirlik tahlili

- $b_1 = 0$ : ijtimoiy soha iqtisodiyotni umuman qo'llab-quvvatlamaydi -  $E(t)$  sekin tiklanadi va pastroq bo'lib qoladi. :
- $b_1 = 0.01$  ijtimoiy sohaning kichik hissasi paydo bo'ladi va iqtisodiyot tezroq tiklanadi.
- $b_1 = 0.02$ : asosiy modeldagi qiymat – iqtisodiyot yuqori qiymatga yetadi. :
- $b_1 = 0.04$  ijtimoiy sohadan kuchli yordam -  $E(t)$  yanada yuqori darajaga yetadi.

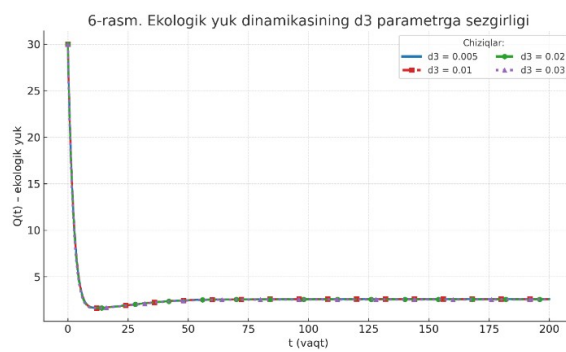
Grafik (Rasm 4 da)  $c_1$  parametrining o'zgarishi -  $Q$  ekologiya yukining  $E$  iqtisodiyotga salbiy ta'sirining intensivligi.

- $c_1 = 0.02$  iqtisodiyot sekin o'sib boradi va yuqori darajada barqarorlashadi;
- $c_1 = 0.04$  asosiy holati – iqtisodiyot yuqori barqaror darajaga yetadi;
- $c_1 = 0.06$  ifloslanish ortdi – iqtisodiyot darajasi sezilarli darajada past;
- $c_1 = 0.08$  kuchli ifloslanish iqtisodiyotning tiklanishiga to'sqinlik qiladi, o'sish deyarli to'liq to'xtaydi.

Natija:  $c_1$  parametri juda muhim - hatto undagi kichik o'sish ham iqtisodiy o'zgaruvchining tiklanishini sezilarli darajada bostiradi. Bu tabiiy tizimning ifloslanishga qanchalik zaif ekanligini ko'rsatadi.



(a) Modelning  $b_2$  parametrga sezgirligi



(b) Modelning  $d_3$  parametrga sezgirligi

### Model parametrlariga sezgirlik tahlili

Grafikda (Rasm 5 da)  $b_2$  parametrining o'zgarishi - ijtimoiy barqarorlikning o'sishiga  $E$  iqtisodiyotning ta'sirini, turistik faollik dinamikasiga qanday ta'sir qilishini ko'rsatadi:

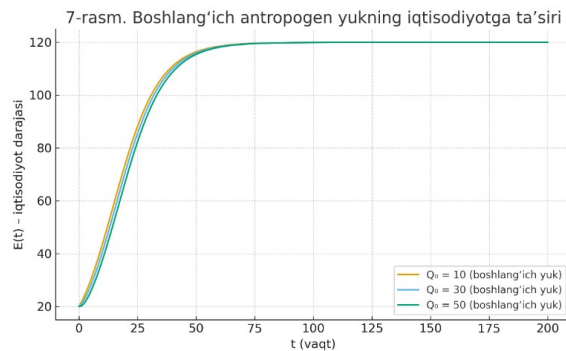
- $b_2 = 0.01$  zaif aloqa – turizm sekin rivojlanadi va past darajada qolmoqda;
- $b_2 = 0.01$  asosiy qiymat - turizm o'rtacha barqaror holatga yetadi,
- $b_2 = 0.01$  kuchli ta'sir - turizm tezroq va yuqori darajada rivojlanadi,
- $b_2 = 0.01$  kuchli aloqa – turizm tez rivojlanadi va yuqori darajaga yetadi.

Natija:  $b_2$  parametri turizm rivojlanishi uchun iqtisodiy o'sish qanchalik muhimligini belgilaydi. Yuqori qiymatlar shuni ko'rsatadiki, turizm iqtisodiyot o'sishiga bog'liq va bu ijtimoiy barqarorlikga ham ta'sir qiladi.

Endi  $d_3$  – ifloslanishni tozalash/kamaytirish tezligi. Grafikda  $d_3$ (Rasm 6 da) parametrning o'zgarishi - tabiiy ifloslanishni kamaytirish tezligi ekologiya  $Q(t)$  dinamikasiga qanday ta'sir qilishini ko'rsatadi:

- $d_3 = 0.005$  : juda sekin tozalash - yuk uzoq vaqt davomida yuqori bo'lib qoladi,
- $d_3 = 0.001$  : asosiy qiymat – yuk asta-sekin kamayadi.
- $d_3 = 0.002$  : tozalash tezlashdi  $-Q(t)$  tezroq tushadi.
- $d_3 = 0.03$ : tez tozalash – ifloslanish keskin kamayadi va minimal darajada barqarorlashadi.

Natija: Parametr  $d_3$  tabiiy degradatsiya yoki boshqariladigan tozalash choralarining samaradorligini tavsiflaydi.  $d_3$  qanchalik yuqori bo'lsa, tizim yukdan tezroq xalos bo'ladi, ekologiya va turizm uchun qulay sharoitlar paydo bo'ladi.



(a) Dastlabki antropogen yukning iqtisodiyotga ta'siri

Grafikda antropogen yukning boshlang'ich darajasi  $Q(0)$  ning iqtisodiyotning tiklanishi  $E(t)$  ga qanday ta'sir qilishini ko'rsatadi:  $Q(0) = 10$ - past ifloslanish darajasi: iqtisodiyot tezda tiklanadi va yuqori barqaror darajaga etadi.  $Q(0) = 30$ - o'rtacha yuk: Qayta tiklash sekinroq va barqaror daraja pastroq.  $Q(0) = 50$ - yuqori yuk: iqtisodiy holat uzoq vaqt davomida tiklana olmaydi. Dastlabki antropogen yuk qancha ko'p bo'lsa, iqtisodiyot shunchalik yomon tiklanadi.

**Xulosa va takliflar.** Maqolada ishlab chiqilgan matematik model turizm tizimining uzoq muddatli rivojlanishini chuqur tahlil qilish imkonini beradi. Tahlillar natijasida, tizimda iqtisodiyot, ijtimoiy barqarorlik va ekologiya o'zaro bog'liq holda harakatlanishi aniqlangan. Statsionar nuqta va uning atrofida dinamikani o'rganish shuni ko'rsatdiki, tizim ma'lum parametrlar ostida barqaror muvozanat holatiga yaqinlashadi va bu holat asimptotik barqaror hisoblanadi. Parametrlarning sezgirlik tahlili turizm rivojlanishini aniqlashga yordam berdi: ijtimoiy omillar iqtisodiyot tiklanishida muhim rol o'ynaydi, ekologik yuk esa o'sish jarayonini sezilarli darajada cheklaydi.

## ADABIYOTLAR

1. Casagrandi, R., & Rinaldi, S. A theoretical approach to tourism sustainability // Conservation Ecology. - 2002. - Vol. 6, No. 1. - P. 1–15.

2. Verhulst, P.F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement // Correspondance Mathematique et Physique. 1838. Vol.10. P. 113–121.
3. Murray, J. D. Mathematical Biology I: An Introduction. - 3rd ed. - New York: Springer-Verlag, 2002. - P. 73–85; 302–310.
4. Lotka, A. J. Elements of Physical Biology. - Baltimore: Williams & Wilkins Company, 1925. - P. 123–135; 350–360.
5. Volterra, V. Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically // Nature. - 1926. - Vol. 118, No. 2972. - P. 558–560.
6. Bianchi, R. V. The ‘Critical Turn’ in Tourism Studies: A radical critique // Tourism Geographies. - 2009. - Vol. 11, No. 4. - P. 484–504.
7. The International Ecotourism Society (TIES). Ecotourism and Sustainability Guidelines. - Ecotourism.org, 2020. - P. 7–42.
8. Kuznetsova, Z. V. Математическое моделирование социально-экономических систем. - Moskva: Finansy i Statistika, 2010. - P. 57–225.
9. Coccossis, H., & Mexa, A. The Challenge of Tourism Carrying Capacity Assessment. - Aldershot: Ashgate, 2004. - 300 p
10. Батлер Р. Эволюция туристических территорий и её значение для управления ресурсами // Canadian Geographer. 1980. – Т. 24, № 1. С. 5–12.
11. Zurlini G., Muller F. Modelling the environment: techniques and tools for ecological risk assessment // Ecological Modelling. 2008. Vol. 217. P.123–134.

## RESUME

In this article, an approach to analyzing the long-term sustainability of the tourism system based on mathematical modeling has been developed. The proposed model simultaneously takes into account the nonlinear interactions between economic ( $E$ ), social ( $S$ ), and environmental ( $Q$ ) factors and determines how they reach a stable state over time.

**Key words:** Tourism sustainability, stationary point, asymptotic stability, Jacobian matrix, anthropogenic load, mathematical modeling, ecological load, numerical simulation.

## РЕЗЮМЕ

В данной статье разработан подход к анализу долгосрочной устойчивости туристской системы на основе математического моделирования. Предлагаемая модель одновременно учитывает нелинейные взаимодействия между экономическими ( $E$ ), социальными ( $S$ ) и экологическими ( $Q$ ) факторами и определяет, каким образом они достигают устойчивого состояния с течением времени.

**Ключевые слова:** Устойчивость туризма, стационарная точка, асимптотическая устойчивость, матрица Якоби, антропогенная нагрузка, математическое моделирование, экологическая нагрузка, численное моделирование.