



UDK:517.2:54:33:37.016

Muzaffar ESHIMBETOV,
Chirchiq davlat pedagogika universiteti dotsenti
E-mail: mr.eshimbetov@gmail.com
Diyora HUSANOVA,
Chirchiq davlat pedagogika universiteti talabasi

O'zMU dostenti, f.-m.f.f.d. (PhD) M.Eshimbetov taqrizi asosida

CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI O'QITISHDA MATEMATIKA, KIMYO VA IQTISODIYOT FANLARI INTEGRATSIYASI

Annotatsiya

Ushbu maqolada chiziqli tenglamalar sistemasini o'qitishda matematika, kimyo va iqtisodiyot fanlari o'rtasidagi integratsiya masalalari tahlil qilingan. Chiziqli tenglamalar sistemasining turli sohalaridagi jarayonlarni matematik modellashtirishdagi ahamiyati yoritilgan. Kimyoviy reaksiyalar tenglamalarini muvozanatlash, aralashmalar tarkibini aniqlash hamda iqtisodiy resurslarni taqsimlash masalalarini yechishda chiziqli tenglamalar sistemasidan foydalanish misollar orqali tushuntirilgan.

Kalit so'zlar: Chiziqli tenglamalar sistemasini, fanlararo integratsiya, matematika, kimyo, iqtisodiyot, matematik modellashtirish, algebra.

ИНТЕГРАЦИЯ МАТЕМАТИКИ, ХИМИИ И ЭКОНОМИКИ ПРИ ОБУЧЕНИИ СИСТЕМАМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация

В данной статье проанализированы вопросы интеграции математики, химии и экономики при обучении системам линейных уравнений. Показана роль систем линейных уравнений в математическом моделировании процессов в различных областях. Использование систем линейных уравнений при уравнивании химических реакций, определении состава смесей и решении задач распределения экономических ресурсов объясняется на конкретных примерах.

Ключевые слова: Система линейных уравнений, междисциплинарная интеграция, математика, химия, экономика, математическое моделирование, алгебра.

INTEGRATION OF MATHEMATICS, CHEMISTRY, AND ECONOMICS IN TEACHING SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS

Annotation

This article analyzes the issues of integration between mathematics, chemistry, and economics in teaching systems of linear equations. The importance of systems of linear equations in the mathematical modeling of processes in various fields is highlighted. The use of systems of linear equations in balancing chemical reaction equations, determining the composition of mixtures, and solving problems of economic resource allocation is explained through examples.

Key words: System of linear equations, interdisciplinary integration, mathematics, chemistry, economics, mathematical modeling, algebra.

Kirish. Hozirgi zamon ta'lim tizimida fanlararo integratsiya muhim metodik yondashuvlardan biri hisoblanadi. Matematika ko'plab tabiiy va ijtimoiy fanlarning nazariy asosini tashkil etadi. Shu sababli matematik tushunchalar va metodlarni boshqa fanlar bilan bog'lab o'qitish o'quvchilarning bilimlarini chuqurlashtirishga xizmat qiladi. Xususan, chiziqli tenglamalar sistemasini algebra kursining muhim bo'limlaridan biri bo'lib, u ko'plab ilmiy va amaliy masalalarni yechishda qo'llaniladi. Bu mavzuni kimyoviy reaksiyalarni muvozanatlash, aralashmalar tarkibini aniqlash hamda iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishda chiziqli tenglamalar sistemasini muhim vosita hisoblanadi [1].

Matematika, kimyo va iqtisodiyot fanlari integratsiyasining nazariy asoslari. Fanlararo integratsiya turli fanlar o'rtasidagi bilimlar bog'liqligini ta'minlashga qaratilgan pedagogik yondashuvlardan biri hisoblanadi. Matematika, kimyo va iqtisodiyot fanlari integratsiyasi quyidagi jihatlarida namoyon bo'ladi:

kimyoviy reaksiyalarni matematik tenglamalar orqali ifodalash;

kimyoviy aralashmalar tarkibini hisoblash; iqtisodiy resurslarni optimal taqsimlash masalalarini modellashtirish.

Chiziqli tenglamalar sistemasini bir nechta noma'lum miqdorlar o'rtasidagi bog'lanishni ifodalash imkonini beradi va turli fanlardagi jarayonlarni matematik model shaklida tasvirlashga yordam beradi [2].

Iqtisodiyot masalalarida chiziqli tenglamalar sistemasini. Bozor muvozanatini aniqlash va resurslarni taqsimlash. Bu bo'limda biz iqtisodchi Leontifga tegishli aniq sodda ayirboshlashlarni tasvirlaymiz. Har bir tarmoq uchun umumiy ishlab chiqarishni bilamiz, shuningdek, qanday tarmoqlar orasida almashish beriladi. Tarmoqning umumiy ishlab chiqarish qiymati mahsulotning narxi sifatida tan olingan. Leontif bir xil xarajatni talab qiladigan har bir tarmoq yo'nalishi uchun foyda bilan shunday tarmoqlarning umumiy ishlab chiqarishiga belgilangan bu narxlar o'rtasida muvozanot mavjud ekanligini ko'rsatgan edi [3].

3.1.1-masala. Iqtisod uchta A, B, C tarmoqdan tuzilgan bo'lib, quyidagi jadvalda bir-biridan xarid qilish shartnomasi keltirilgan:

Har bir tarmoq ishlab chiqarishining miqdori

	A	B	C
A tarmoqdan xarid qilishi	0.2	0.6	0.1
B tarmoqdan xarid qilishi	0.4	0.1	0.5
C tarmoqdan xarid qilishi	0.4	0.3	0.4

A, B, C tarmoqlarning umumiy ishlab chiqarishining qiymatini toping.

Yechimi. A, B, C tarmoqlarning umumiy ishlab chiqarishining qiymatini mos ravishda p_A, p_B, p_C orqali belgilaylik. U holda har bir tarmoq uchun uning qiymatiga mos keluvchi xarajat uchun quyidagi sistemaga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} 0.2p_A + 0.6p_B + 0.1p_C = p_A, \\ 0.4p_A + 0.1p_B + 0.5p_C = p_B, \\ 0.4p_A + 0.3p_B + 0.4p_C = p_C. \end{cases}$$

Bu sistemadan quyidagi bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} 0.8p_A - 0.6p_B - 0.1p_C = 0, \\ 0.4p_A - 0.9p_B + 0.5p_C = 0, \\ 0.4p_A + 0.3p_B - 0.6p_C = 0. \end{cases}$$

Bu sistemaning kengaytirilgan matritsasi

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0.8 & -0.6 & -0.1 & 0 \\ 0.4 & -0.9 & 0.5 & 0 \\ 0.4 & 0.3 & -0.6 & 0 \end{array} \right) \text{ yoki } \left(\begin{array}{ccc|c} 8 & -6 & -1 & 0 \\ 4 & -9 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & -6 & 0 \end{array} \right).$$

Bu matritsaning satrlari ustida elementar almashtirishni bajarsak, u holda

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 0 & -13 & 0 \\ 0 & 12 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

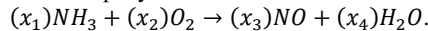
matritsaga ega bo'lamiz. Agar $p_C = t$ parametrni ozod o'zgaruvchi deb qabul qilsak, u holda $(p_A, p_B, p_C) = t \cdot \left(\frac{13}{16}, \frac{11}{12}, 1 \right)$ yechimni topamiz. Agar $p_C = 48t$ deb olsak, u holda $(p_A, p_B, p_C) = t \cdot (39, 44, 48)$ yechimga ega bo'lamiz, bu yerda t -ixtiyoriy haqiqiy son. Masalan, $t = 10^6$ deb tanlasak, u holda mos ravishda A, B, C uchta tarmoq uchun 39, 44 va 48 million narxlarga ko'tarilib boradi.

Kimyo masalalarida chiziqli tenglamalar sistemasi. Kimyoviy reaksiyalarni muvozanatlash. Kimyoviy tenglamalar reaktantlar va mahsulotlardan tuzilgan. Shunday teng kuchli tenglamalar masalasi quyidagi ikki qoidaga amal qiladi:

Massaning saqlanishi: kimyoviy reaksiyalarning buzilishi yoki atomlarning yetishmasligi;

Zaryadning saqlanishi: mahsulotlarning umumiy zaryadiga reaktantlarning umumiy zaryadi teng [4].

4.1.1-masala. Quyidagi kimyoviy tenglama orqali berilgan ammiakning oksidlanishidan azot oksidi va suvning paydo bo'lishini qaraylik:



Bu tenglama teng kuchli bo'ladigan shunday eng kichik musbat butun x_1, x_2, x_3 va x_4 parametrlarning qiymatini toping.

Yechimi. Bu yerda reaktantlar ammiak (NH_3) va kislorod (O_2), mahsulotlar esa azot oksidi (NO) va suv (H_2O). Kimyoviy reaksiyadagi noma'lum parametrlarni aniqlash uchun kimyoviy tenglamaning ikkala tomonida qatnashayotgan har bir turdagi atomning umumiy sonini tenglashtiramiz:

$$N \text{ atom: } x_1 = x_3,$$

$$H \text{ atom: } 3x_1 = 2x_4,$$

$$O \text{ atom: } 2x_2 = x_3 + x_4.$$

Berilganlardan to'rtta x_1, x_2, x_3 va x_4 o'zgaruvchili uchta bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasini ko'rish mumkin:

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_4 = 0, \\ 2x_2 - x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

Bu sistemaning kengaytirilgan matritsasi

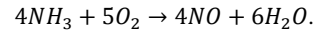
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right).$$

Satr ustida elementar almashtirishni bajarib quyidagi

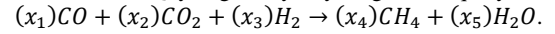
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 0 \end{array} \right)$$

matritsani hosil qilamiz. Agar $x_4 = t$ ozod o'zgaruvchi kiritsak, u holda sistemaning umumiy yechimi $(x_1, x_2, x_3, x_4) = t \left(\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, 1 \right)$ ga ega bo'lamiz. Agar $t = 6$ deb olsak, u holda kimyoviy tenglama teng kuchli bo'ladigan eng kichik musbat butun yechim $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (4, 5, 4, 6)$ yechimga ega bo'lamiz.

Demak,



4.1.2-masala. Quyidagi kimyoviy tenglamani qaraylik:



Bu tenglama teng kuchli bo'ladigan shunday eng kichik musbat butun x_1, x_2, x_3, x_4 va x_5 parametrlarning qiymatini toping.

Yechimi. Biz kimyoviy tenglamaning ikkala tomonida qatnashayotgan har bir turdagi atomning umumiy sonini tenglashtiramiz:

$$C \text{ atom: } x_1 + x_2 = x_4,$$

$$O \text{ atom: } x_1 + 2x_2 = x_5,$$

$$H \text{ atom: } 2x_3 = 4x_4 + 2x_5.$$

Berilganlardan beshta x_1, x_2, x_3, x_4 va x_5 o'zgaruvchili uchta bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qilish mumkin:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_5 = 0, \\ 2x_3 - 4x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$

Bu sistemaning kengaytirilgan matritsasi

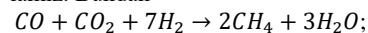
$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -4 & -2 & 0 \end{array} \right).$$

Eshalon ko'rinishda satrni kamaytirsak

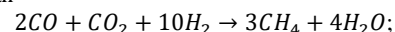
$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right).$$

Agar biz ikkita $x_4 = s$ va $x_5 = t$ ozod o'zgaruvchilarni kiritsak, u holda sistemaning umumiy yechimi $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = s(2, -1, 2, 1, 0) + t(-1, 1, 1, 0, 1)$ ko'rinishda bo'ladi. Bu s va t haqiqiy parametrlarga turli qiymatlar berish orqali turli teng kuchli bo'ladigan kimyoviy reaksiyalarni hosil qila olamiz.

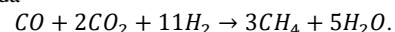
Masalan, kimyoviy tenglama teng kuchli bo'ladigan $s = 2$ va $t = 3$ qiymatlarni tanlasak, u holda $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (1, 1, 7, 2, 3)$ birinchi xususiy yechimga ega bo'lamiz. Bundan



Agar kimyoviy tenglama teng kuchli bo'ladigan $s = 3$ va $t = 4$ qiymatlarni tanlasak, u holda $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (2, 1, 10, 3, 4)$ ikkinchi xususiy yechimga ega bo'lamiz. Bundan



Agar kimyoviy tenglama teng kuchli bo'ladigan $s = 3$ va $t = 5$ qiymatlarni tanlasak, u holda $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (1, 2, 11, 3, 5)$ uchunchi xususiy yechimga ega bo'lamiz. Natijada



Integratsiyalashgan o'qitishning didaktik ahamiyati. Matematika, kimyo va iqtisodiyot fanlari integratsiyasi quyidagi natijalarga olib keladi:

o'quvchilarning analitik va mantiqiy fikrlashi rivojlanadi;

matematik bilimlarning amaliy qo'llanishi ko'rsatiladi; fanlar o'rtasidagi bog'liqlik haqida yaxlit tasavvur shakllanadi;

real hayotiy masalalarni yechish ko'nikmalari rivojlanadi.

Xulosa. Chiziqli tenglamalar sistemasi matematika, kimyo va iqtisodiyot fanlarini bog'lovchi muhim matematik vosita hisoblanadi. Turli fanlardagi jarayonlarni matematik modellar yordamida tahlil qilish ta'lim jarayonining samaradorligini oshiradi. Shu sababli chiziqli tenglamalar sistemasini o'qitishda fanlararo integratsiyadan foydalanish o'quvchilarning bilimlarini chuqurlashtirish hamda ularning amaliy ko'nikmalarini rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega.

ADABIYOTLAR

1. Ayupov Sh. A., Omirov B. A., Xudoyberdiyev A. X., Haydarov F. H. Algebra va sonlar nazariyasi (o'quv qo'llanma). - Toshkent "Tafakkur - bo'stoni" 2019.
2. Eshimbetov M.R., Axtamaliyev Sh.A. Chiziqli algebra elementlari. O'quv-uslubiy qo'llanma. –T.: "Ma'rifat", 2025., 80 bet., Toshkent 2025.
3. Peter D. Lax Linear Algebra and Its Applications, 2010.
4. Gilbert S. Linear Algebra and Its Applications, 2011.
5. Lay D.C. Linear Algebra and Its Applications. Boston: Pearson Education, 2012.
6. Strang G. Introduction to Linear Algebra. Wellesley–Cambridge Press, 2016.
7. Ziyomuhamedov B., Abdullayeva Sh. Pedagogik texnologiya va pedagogik mahorat. Toshkent: Innovatsiya-Ziyo, 2019.
8. Musurmonov R. Matematika o'qitish metodikasi. Toshkent: O'zbekiston milliy ensiklopediyasi, 2020.