



UDK: 004.921: 924

Husan ARZIQULOV,
Navoiy davlat pedagogika instituti o'qituvchisi
E-mail: arziqulovhusannormurodovich@gmail.com
Shaxnoza XAYRIYEVA,
Navoiy davlat pedagogika instituti talabasi

Navoiy davlat pedagogika instituti matematika kafedrasida dotsenti PhD S.X. Xolikov taqrizi asosida

LECTURE ON DIFFERENTIAL EQUATIONS USE OF CASE-STUDY TECHNOLOGY IN ORGANIZING TRAINING

Annotation

This article presents the method of using Case-Study technology in lectures from the module of differential equations held in ordinary pedagogic universities, and the analysis of experimental work to determine the level of their effectiveness.

Key words: Differential equation, lecture, information technology tools, Case-Study technology, Euler's equation, definition, mathematical application package.

ЛЕКЦИЯ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ CASE-STUDY ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ

Аннотация

В данной статье представлена методика использования технологии Case-Study на лекциях по модулю дифференциальных уравнений, проводимых в обычных педагогических вузах, и анализ экспериментальных работ для определения уровня их эффективности.

Ключевые слова: Дифференциальное уравнение, лекция, средства информационных технологий, технология Case-Study, уравнение Эйлера, определение, пакет математических приложений.

DIFFERENTIAL TENGLAMALARDAN MA'RUZA MASHG'ULOTLARINI TASHKIL ETISHDA CASE-STUDY TEXNOLOGIYASIDAN FOYDALANISH

Annotatsiya

Ushbu maqolada oddiy pedagogika oliygohlarida o'tiladigan differentsial tenglamalar modulidan ma'ruza mashg'ulotlarni Case-Study texnologiyasidan foydalanish usuli, ularning samaradorlik darajasini aniqlashga oid tajriba-sinov ishlarini tahlili keltirilgan.

Kalit so'zlar: Differentsial tenglama, ma'ruza, axborot texnologiya vositalari, Case-Study texnologiyasi, Eyler tenglamasi, ta'rif, matematik amaliy paket.

Kirish. Pedagogika oliygohlarida matematika ta'limining sifat va samaradorligini oshirish uchun o'qitishning yangicha yondashuvlarini tadbiq etish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi [1, 2]. Shu bois, tadqiqot davomida pedagogika oliygohlarida differentsial tenglamalarni o'qitish jarayoniga tizimli yondashuv amalga oshirildi. Ma'lumki, ta'lim-tarbiya jarayoni professor-o'qituvchi va talabalarning hamkorligi mazkur jarayondan ko'zda tutilgan didaktik maqsadlarga erishishi uchun bosh omil sanaladi.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili. Differentsial tenglamalarni o'qitish metodikasini takomillashtirish, talabalarning differentsial tenglamalarga oid kompetentligini shakllantirish va rivojlantirish mexanizmi, differentsial tenglamalarni amaliy tadbiqini talabalarga o'rgatish nazariyasi va amaliyoti, differentsial tenglamalarni o'qitishda matematik amaliy paketlardan foydalanish metodikasiga oid mamlakatimiz va mustaqil davlatlar hamdo'stligida, jumladan D. Maxmudova, E.O. Sharipov, P.M. Aslanov, Yu.N. Bibikov, A.C. Bezruchko, I.C. Novikova, N.B. Sycheva, L.P. Kuz'mina, T.B. Kapustina, P.M. Aslanova, X.A. Gerbekova, B.A. Naimanova, A.B. Sinchukova va boshqalar tomonidan olib borilgan.

Yuqorida qayd etilgan olimlarni tadqiqotlarida differentsial tenglamalarni o'qitish samaradorligini oshirishning ayrim yondashuvlari ilgari surilgan bo'lsa-da, ammo pedagogika oliygohlarida differentsial tenglamalarni

o'qitishda axborot texnologiyalari vositalari va interfaol ta'lim texnologiyalaridan, xususan Case-Study texnologiyasidan foydalanishga oid izlanishlar olib borilmagan. Shu bois, ilgari surilayotgan tadqiqot bugungi kunda ta'limning dolzarb masalalaridan biri hisoblanadi.

Tadqiqot metodologiyasi. Pedagogika oliygohlarida matematikaga oid fanlardan ta'lim jarayonini tashkil etishning asosiy shakli ma'ruza mashg'uloti hisoblanadi. Jumladan professor-o'qituvchilar mazkur o'qitish shaklini innovatsion pedagogik texnologiyalar va axborot texnologiyalari vositalaridan foydalanib tashkil yetishlari muhim ahamiyat kasb yetadi.

Shu bois, pedagogika oliygohlarida oddiy differentsial tenglamalardan "EYLER TENGLAMASI" mavzusidan ma'ruza mashg'ulotlarining o'qitish samaradorligini oshirish uchun elektron ta'lim resurslarini, kompyuterning matematik amaliy paketlarini va Case-Study texnologiyasini integratsiyalash asosida dars o'tish metodikasini ko'rib chiqamiz.

Mashg'ulotning ta'limiy maqsadi: Eyler tenglamasi ko'rinishi, uni o'zgarmas koeffitsiyentli differentsial tenglamaga keltirishda almashtirishlarni va xususiy yechimini topish usullarini o'rgatish.

Ma'ruza darsining tarbiyaviy maqsadi: talabalarni adabiyotlar bilan ishlash ko'nikmasini boyitish.

Ma'ruza darsining rivojlantiruvchi maqsadi: Eylar tenglamasining umumiy yechimini topishda qo'llaniladigan almashtirishlar bo'yicha tavsiyalar berish.

Foydalanilgan texnik va o'quv vositalar: elektron ta'lim resurslari taqdimotli dasturlar,

1-bosqich. Tashkiliy qism: salomlashish, talabalarni ma'ruza mashg'ulotiga tayyorlash (3 daqiqa). 2-bosqich. O'tilgan mavzuni takrorlash (5 daqiqa): aqliy hujum, chalkashtirilgan mantiqiy zanjir metodidan foydalaniladi.

3 - bosqich. Yangi mavzu bilan tanishish (60 daqiqa). Case-Study texnologiyasidan foydalaniladi.

Eylarning bir jinsli chiziqli differensial tenglamasining umumiy ko'rinishi

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{1}{e^t} \frac{dy}{dt} = e^{-t} \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dy'}{dx} = \frac{dy'}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = e^{-t} \frac{d}{dt} \left(e^{-t} \frac{dy}{dt} \right) = e^{-t} \left(e^{-t} \frac{d^2 y}{dt^2} - e^{-t} \frac{dy}{dt} \right) = e^{-2t} \left(\frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \right)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = e^{-3t} \left(\frac{d^3 y}{dt^3} - 3 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} \right)$$

.....

$$\frac{d^k y}{dx^k} = e^{-kt} F_k$$

bunda

$$F_k = F_k \left(\frac{d^k y}{dt^k}, \frac{d^{k-1} y}{dt^{k-1}}, \dots, \frac{dy}{dt} \right)$$

koeffitsiyentlari o'zgaras bo'lgan chiziqli funksiya ko'rinishda ifodalanadi. Bu topilgan qiymatlarni (1) tenglamaga qo'yib, ixchamlasak natijada

$$F_n + a_1 F_{n-1} + \dots + a_{n-1} F_1 + a_n F_0 = 0$$

yoki F_k ni qiymatlarini e'tiborga olsak keyingi tenglama

$$\frac{d^n y}{dt^n} + A_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + A_{n-1} \frac{dy}{dt} + A_n y = 0 \quad (3)$$

ko'rinishni oladi. Bunda $A_i \quad i = \overline{1, n}$ o'zgaras sonlar. Bu esa o'zgaras koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamadir.

Misol-1. $x^3 y''' + xy' - y = 0$ tenglamaning umumiy yechimini toping. Buning uchun, dastlab (2) almashtirishni bajarib, o'zgaras koeffitsiyentli differensial tenglamaga olib kelamiz:

$$x = e^t \quad t = \ln x \quad y'_x = e^{-t} y'_t \quad y''_x = e^{-2t} (y''_t - y'_t)$$

$$y''' = e^{-3t} (y'''_t - 3y''_t + 2y'_t)$$

$$e^{3t} \cdot e^{-3t} (y'''_t - 3y''_t + 2y'_t) + e^t \cdot e^{-t} y'_t - y = 0$$

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0 \quad y = e^{\lambda t}$$

$$\lambda^3 - 3\lambda^2 + 3\lambda - 1 = 0 \quad (\lambda - 1)^3 = 0 \quad \lambda_{1,2,3} = 1.$$

Ko'rish qiyin emaski, 1 son xarakteristik tenglamaning uch karrali ildizi va shuning uchun unga mos bo'lgan tenglamaning xususiy yechimlari

$$e^t, te^t, t^2 e^t \quad y_t = e^t (c_1 + c_2 t + c_3 t^2)$$

bo'lib, berilgan tenglamaning umumiy yechimi esa

$$y = x(c_1 + c_2 \ln|x| + c_3 \ln^2|x|)$$

ko'rinishda bo'ladi.

$$x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + a_2 x^{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} xy' + a_n y = 0 \quad (1)$$

dan iborat bo'lib, bunda $a_i \quad (i = \overline{1, n})$ o'zgaras haqiqiy sonlar.

Case 1: (1) ko'rinishdagi tenglamaning qanday almashtirish orqali o'zgaras koeffitsiyentli differensial tenglamaga keltirish mumkin.

Ushbu

$$x = e^t$$

(2)

almashtirish orqali (1) tenglamada y dan x bo'yicha olingan hosilalarni y dan t bo'yicha olingan hosilalar bilan almashtiramiz:

Case 2: o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli tenglamaga keltirilgan Eyler tenglamasi $e^{\lambda t}$, $t^m e^{\lambda t}$ ko'rinishdagi xususiy yechimlarga (agarda xarakteristik tenglamaning ildizlari haqiqiy bo'lsa) ega bo'lganligi sababli, Eyler tenglamasi esa x^λ , $[\ell n|x|]^m x^\lambda$ ko'rinishdagi xususiy yechimlarga ega bo'ladi va shuning uchun Eyler tenglamasining xususiy yechimini

$$y = x^\lambda \quad (4)$$

ko'rinishda izlash mumkin. Bu holda

$$y^{(i)} = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\dots(\lambda-i+1)x^{\lambda-i}$$

ga ega bo'lamiz. Bu qiymatni (1) tenglama qo'ysak:

$$x^n \cdot \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\dots(\lambda-n+1)x^{\lambda-n} + a_1 x^{n-1} \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\dots(\lambda-n+2)x^{\lambda-(n-1)} + \dots + a_n x^\lambda = 0$$

yoki

$$\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\dots(\lambda-n+1) + a_1 \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\dots(\lambda-n+2) + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0$$

(5)

tenglamaga ega bo'lamiz. (5) Eyler tenglamasining xarakteristik tenglamasidir.

Misol-2. $x^3 y''' + xy' - y = 0$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

$$y = x^\lambda \quad y' = \lambda x^{\lambda-1} \quad y'' = \lambda(\lambda-1)x^{\lambda-2}$$

$$y''' = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)x^{\lambda-3}$$

$$x^3 \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)x^{\lambda-3} + x \cdot \lambda x^{\lambda-1} - x^\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda-1)(\lambda-2) + \lambda - 1 = 0$$

$$(\lambda-1)(\lambda-2\lambda+1) = 0 \quad \lambda_1 = 1, \quad \lambda_{2,3} = 1$$

$$y = c_1 x + c_2 x \ell n|x| + c_3 x \ell n^2|x|$$

Agar xarakteristik tenglama $\alpha \pm \beta i$ kompleks ildizga ega bo'lsa, u holda unga mos bo'lgan xususiy yechim quyidagicha topiladi.

$$x^{(\alpha \pm \beta i)} = x^\alpha \cdot x^{\beta i} = x^\alpha e^{i\beta \ell n x} = x^\alpha (\cos \beta \ell n x + i \sin \beta \ell n x)$$

$$y_1 = x^\alpha \cos \beta \ell n|x|$$

$$y_2 = x^\alpha \sin \beta \ell n|x|$$

Misol-3 $x^2 y'' - 3xy' + 5y = 0$

$$y = x^\lambda, \quad x^2 \lambda(\lambda-1)x^{\lambda-2} - 3x \lambda x^{\lambda-1} + 5x^\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda-1) - 3\lambda + 5 = 0 \quad \lambda^2 - 4\lambda + 5 = 0 \quad \lambda_{1,2} = 2 \pm i$$

$$y_1 = x^2 \cos \ell n|x| \quad y_2 = x^2 \sin \ell n|x|$$

Eylarning bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamasining umumiy ko'rinishi

$$x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} x y' + a_n y = f(x)$$

(6)

bo'lib, bunda a_i ($i = \overline{1, n}$) lar o'zgarmas haqiqiy sonlar bo'lib $f(x)$ ko'rilyotgan oraliqda uzluksiz funksiyadir.

Case 3: Bunday ko'rinishdagi tenglamani qanday alamshtirish yordamida o'zgarmas koeffitsiyentli bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamaga keltirish mumkin.

$$x = e^t \quad t = \ell n x$$

Misol-4 $x^2 y'' - 2y = \sin \ell n x$

$$x = e^t \quad t = \ell n x$$

$$y_t'' - y_t' - 2y = \sin t$$

$$y'' - y' - 2 \quad \lambda^2 - \lambda - 2 = 0 \quad \lambda_1 = -1 \quad \lambda_2 = 2$$

$$u = ce^{-t} + ce^{2t} = c_1 x^{-1} + c_2 x^2$$

$$y = A \cos t + B \sin t \quad A = 0,1 \quad B = -0,3$$

$$y = 0,1 \cos \ell n x - 0,3 \sin \ell n x$$

$$y = u + y = c_1 x^{-1} + c_2 x^2 + 0,1 \cos \ell n x - 0,3 \sin \ell n x.$$

4-bosqich. Mavzuni takrorlash. Case – Study texnologiyasidan foydalanish (10 daqiq).

Mini case:

$xy''' + y'' = 0$ tenglama uchinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama.

case bo'yicha vazifa:

1. Mulohazani tekshiring
2. Berilgan differensial tenglamani tayanch bilimlarga tayanib yeching.
3. Berilgan differensial tenglamani yangi bilimlarga asosanib yeching.

5-bosqich. Uyga vazifa: (2 daqiqa).

$$\begin{aligned} 1. \quad x^2 y'' - 2y &= \cos \ln x; & 2. \quad (x+1)^2 y''' - 12y' &= 0; \\ 3. \quad x^2 y'' - xy' + x^4/(1+x^2) &= 0; & 4. \quad x^2 y'' - xy' + y &= 8x^3. \end{aligned}$$

Tahlil va natijalar. Pedagogika oliyog'larida differensial tenglamalarni o'qitish samaradorligini oshirish muammosini tadqiq etishning asosiy tarkibiy qismlaridan biri tajriba-sinov ishlarini o'tkazish orqali namoyon bo'ladi.

Shuning uchun tadqiqot doirasida Pedagogika oliyog'larida matematika mutaxassislari va bo'lajak matematika o'qituvchilariga o'qitiladigan kasbiy fanlar, xususan differensial tenglamalar bo'limiga oid ma'ruza va amaliy mashg'ulotlarni o'qitish samaradorligini oshirishda axborot texnologiyalari vositalari hamda Case-Study texnologiyasidan foydalanish metodikasi ishlab chiqildi. Ushbu ishlab chiqilgan metodikani samaradorlik darajasini aniqlash maqsadida tajriba-sinov ishlari olib borildi. Ularning olgan bilim, ko'nikma, malaka va kompetentsiyalari tahlil etilib, umumlashtirildi. Tahlil natijalariga ko'ra, tajriba guruhining ko'rsatkichi nazorat guruhinikiga nisbatan 11,3 % ga oshganligi ma'lum bo'ldi.

Xulosa va takliflar. Xulosa o'rinda aytish mumkinki, yuqorida keltirilgan tadqiqotchilarning fikrlari hamda pedagogika oliyog'larida o'tkazilgan tajriba-sinov natijalariga ko'ra, ma'ruza mashg'ulotlarida differensial tenglamalarga oid ta'riflarni, teoremlarni, Lagranj, Klero, Rikkati, Eyler tenglamalarining mohiyati, yuqori tartibli differensial tenglamalarning Koshi va fizik masalalariga tadbiquini o'rgatishda axborot texnologiyalari vositalari va Case-Study texnologiyasidan foydalanish samarali hisoblanadi. Buning natijasida talabalar misol va masalalarning yechishda, muammoli vaziyatlarga duch kelish orqali ijodiy yondashishga undash ularni motivatsion, kognitiv rivojlantirish, tarbiyalash, boshqarish, illyustrativ, tarbiyaviy funktsiyalarini amalga oshirishga, fanlararo va umumiy ta'lim qobiliyatlarini rivojlantirishga hamda kompetentsiyalarini shakllantirishga erishiladi.

ADABIYOTLAR

1. Кузнецова И.В. Развитие методической компетентности будущего учителя математики в процессе обучения математическим структурам в сетевых сообществах // Дисс... на соиск. учен. степ. канд. пед. наук. – Архангельск, 2015. – 211. С.
2. Жук Л.В. Активизация мыслительной деятельности будущих учителей математики в области геометрии средствами компьютерного моделирования // Дис.... канд. пед. наук. — Елец, 2007. — 234 с.
3. Плясунова У.В. Использование компьютерных математических систем в обучении математике студентов специальности «Информатика» педагогических // Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Ярославль, 2004. – 24 с.
4. Безручко А.С. Методика обучения решению дифференциальных уравнений будущих учителей математики, основанная на использовании информационных технологий // Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Москва, 2014. – 231 с.
5. Капустина, Т.В. Теория и практика создания и использования в педагогическом вузе новых информационных технологий на основе компьютерной системы Mathematica (физико-математический факультет) // Дис. ... док. пед. наук. – М., 2001. — 254 с.
6. Morris Tenebout, Harry Pollard. Ordinary Differential Equations. Birkhhauser. Germany, 2010.
7. Robinson J.C. An Introduction to Ordinary Differential Equations. Cambridge University Press 2013.
8. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М. КомКнига/ URSS 2006. – 472 с.
9. Эльсгольц Л.Е. Дифференциальные уравнения и вариационноисчисление. М. Ком Книга/ URSS 2006. – 312 с.
10. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Издательство РХД. 2000. – 175 с.
11. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – М., 1991. – 314 с.