



Shoira ABDIYEVA,

Chirchiq davlat pedagogika universiteti tayanch doktoranti

E-mail: abdiyevashoira08@gmail.com

Farg'ona davlat universiteti dotsenti Z.Jarqinov taqrizi asosida

MAKTAB O'QUVCHILARINING VIZUAL TAFAKKURINI RIVOJLANTIRISHDA AYLANA VA TO'G'RI CHIZIQQA DOIR MASALALAR

Аннотация

Ushbu maqolada doira bo'laklarining yuzini hisoblashga keltiriladigan integralga doir masalalar qaralgan hamda ularni yechishda vizual va mantiqiy tafakkurning o'rni ochib berilgan. Bunday masalalardan o'quvchilarning vizual tafakkurini shakllantirish maqsadida foydalanish mumkinligi ko'rsatib berilgan.

Kalit so'zlar: Vizual tafakkur, mantiqiy tafakkur, integral, aylana tenglamasi, to'g'ri chiziq.

ЗАДАЧИ ОБ ОКРУЖНОСТИ И ПРЯМОЙ В РАЗВИТИИ ВИЗУАЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

Аннотация

В данной статье рассматриваются задачи на интегралы, в решении которых используются площади частей круга, и раскрывается роль визуального и логического мышления. Показано, что такие задачи можно использовать для формирования визуального мышления учащихся.

Ключевые слова: визуальное мышление, логическое мышление, интеграл, уравнение окружности, прямая.

PROBLEMS ABOUT CIRCLE AND STRAIGHT LINE IN THE DEVELOPMENT OF VISUAL THINKING OF SCHOOLCHILDREN

Annotation

This article examines integral problems that use areas of parts of a circle in their solutions, and reveals the role of visual and logical thinking. It is shown that such problems can be used to develop students' visual thinking.

Key words: Visual thinking, logical thinking, integral, equation of a circle, straight line.

Kirish. Bugungi kunda vizual tafakkur va uni matematikani o'qitishdagi ahamiyati haqida V.A.Dalinger [4], O.O.Knyazeva [7] va ko'plab olimlarning ilmiy adabiyotlarida bayon etilgan. Lekin masalalarni yechish jarayonida "vizual tafakkurning boshqa tafakkur turlari, xususan mantiqiy tafakkur bilan qanday bog'langan va ularning farqi qayerda?" degan savollarga aniq javob olish qiyin. Ushbu maqolada yuqoridagi savolga javobni integral yordamida yuzlarni hisoblashga doir masalalar misolida javob beramiz.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili. Quyida vizual tafakkur tushunchasiga psixologlar tomonidan berilgan ta'riflar keltirilgan.

"Vizual tafakkur" atamasi asoschisi amerikalik psixolog R. Arnheim fikricha "Vizual operatsiyalar ta'siridagi tafakkur" [1]. "Vizuallashtirish" atamasi lotincha visualis – ko'ruv, ko'rgazmali tarzda qabul qilinadi.

V.P.Zinchenko fikricha, vizual tafakkur - mahsuloti yangi obrazlarni yaratish, ma'lum bir axborotni o'zida mujassamlashtirgan vizual shakllarni yaratishdan iborat inson faoliyatidir [6].

S.A.Kryukova [8] fikriga ko'ra, vizual tafakkur obrazli modellashtrish nuqtai nazaridan muammolarni ijodiy yechish usulidir. Vizual tafakkurning asosini ko'rgazmali - harakat va ko'rgazmali - obrazli tafakkur tashkil etadi, bunda predmetli-amaliy va hissiy-amaliy harakatlar o'zlashtiriladi. Vizual tafakkur - bu (obraz) tasvirlar bilan fikrlash. Uning abstrakt va mantiqiy tafakkurdan asosiy farqi va ustunligi soddaligi va samaradorligidir.

Bizga ma'lumki, inson biror faoliyat bilan shug'ullanayotganda turlicha tafakkur turlari namoyon bo'ladi. Masalani yechishda tasvirlardan foydalanilarkan, insonning ko'rish ishi faollashadi. Ko'rish esa o'z navbatida vizual tafakkur bilan bog'langan. Tasvir asosida masalaga mos biror formula yoki qoidani tatbiq qilish bilan insonning mantiqiy tafakkuri namoyon bo'ladi.

Vizual tafakkur tasavvurda (ko'rgazmali-obrazli), keyin esa (zarurat bo'lsa) amalda (ko'rgazmali-harakat) yangi tasvirlarni yaratish, qurish orqali yangi yechimlarni topishga olib keladi.

Bizga ma'lumki, 8-sinf geometriya kursida [10] markazi koordinatalar boshida, radiusi R ga teng bo'lgan aylana tenglamasi va markazi C(a;b) nuqtada, radiusi esa R ga teng aylana tenglamasi o'rganiladi va asosan markazi va radiusi asosida aylana tenglamasini tuzishga doir masalalar keltirilgan. Shundan so'ng aylana tenglamasi

9-sinf algebra darsligida [1] ikkinchi darajali tenglamalar sistemasi

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

mavzusida

ko'rinishida (markazi koordinatalar

$$y = \frac{k}{x}$$

boshida, radiusi R ga teng bo'lgan aylana tenglamasi va giperbolaning o'zaro joylashishi), 10-sinf algebra darsligida [5] esa

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

ratsional tenglamalar sistemasi mavzusida

ko'rinishidagi (ya'ni aylana va to'g'ri chiziqning o'zaro joylashishi) tenglamalar sistemasi keltirilgan. Darslikda asosan faqat tenglamalar sistemasini analitik usulda yechish yo'llari ko'rsatilgan. Aylananing koordinatalar sistemasidagi tasviridan foydalanilmagan va to'g'ri chiziq yoki giperbola bilan qanday joylashishi qaralmagan. O'quvchiga tenglamalar sistemasini yechishda asosan analitik usulda tenglamalar sistemasining yechimini topishga qaratilganligi bois, aylana tenglamasi berilganligini tushunib ham yetmaydi. Aylana tenglamasi mavzusini faqatgina 8-sinfda bir yoki ikki soatlik darsda o'tiladi va astagina unitiladigan mavzu sifatida emas, balki uning algebra fanida ham "o'ziga xos o'rni bor" ligini tushunib yetishi uchun nafaqat analitik usuldan, balki uning tasviridan, uning boshqa funksiyalar bilan o'zaro joylashish masalasini ham o'quvchiga ko'rsatish zarur.

Tadqiqot metodologiyasi. Biz quyida taklif qilayotgan masalalar aylana va to'g'ri chiziq tenglamalarining koordinatalar sistemasidagi tasviridan foydalanib (vizual tafakkur), mantiqiy fikrlashga olib kelishga qaratilgan ya'ni masalaning shartida analitik usulda beriladi, lekin uni yechish uchun funksiya grafigidan foydalanib analitik yechimga olib kelinadi.

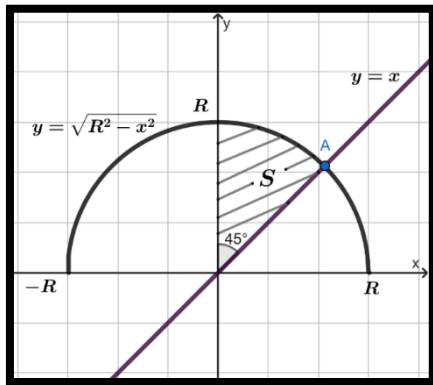
$$1. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}R} (\sqrt{R^2 - x^2} - x) dx \quad \text{integralni hisoblang.}$$

Yechish: $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}R} (\sqrt{R^2 - x^2} - x) dx$ aniq integralni hisoblash uchun integral ostidagi funksiyaning geometrik tasvir (obraz)idan foydalanamiz (ko'rgazmali-obrazli tafakkur).

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx \quad \text{ifodadan foydalanib,}$$

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} \quad \text{funksiya radiusi } R \text{ ga teng bo'lgan yarim}$$

aylana va $y = x$ funksiyalarning grafiklarini chizamiz (1-rasm) (ko'rgazmali - harakat). Demak, izlanayotgan shaklning yuzi 1-rasmda tasvirlangan doiraviy sektorning yuziga teng (vizual tafakkur). Mantiqiy tafakkur yordamida masala quyidagicha yechiladi:



1-rasm

$y = x$ to'g'ri chiziq koordinatalar sistemasining I va III choraklarining bissektrisasi bo'lganligi sababli, bu to'g'ri chiziq I chorakni 45o li ikkita teng burchakka ajratadi. 1-rasmdan ko'rish

mumkin, masala shartida berilgan $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}R\right]$ kesmada aniq integralni hisoblash yoyining gradus o'lchovi 45o bo'lgan doiraviy sektor yuzini hisoblashga olib keladi (1-rasm).

$$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot 45^0 = \frac{\pi R^2}{8}$$

Bu masalani $y = -x$ funksiya uchun ham qarash mumkin. Bunda aniq integralning quyi va yuqori chegarasining qiymatlari o'zgaradi.

Bu kabi masalalarni R ga ma'lum son qiymati berib, yechish mumkin. Masalan,

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (\sqrt{1-x^2} - x) dx \quad [3]; \quad 2) \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx;$$

$$3) \int_{\frac{3\sqrt{2}}{2}}^0 (\sqrt{9-x^2} + x) dx$$

Endi yuqoridagi masalani $y = kx$ ($k > 0$) funksiya uchun ko'rib chiqaylik.

funksiyalar grafiklarining kesishish nuqtasi topiladi. Buning uchun

$$\begin{cases} y = \sqrt{R^2 - x^2} \\ y = x \end{cases}$$

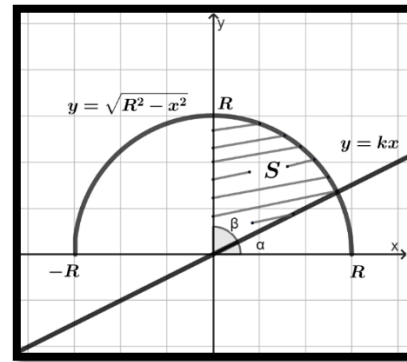
sistemani yechamiz. y larni tenglab,

$$x = \sqrt{R^2 - x^2} \quad \text{tenglama yechib,} \quad x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} R$$

ildizlari topiladi. Demak, $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ yarim aylana va

$y = x$ funksiyalarning kesishish nuqtasining koordinatasi:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} R; \frac{\sqrt{2}}{2} R \right)$$



2-rasm

$$2. \int_0^{\frac{\sqrt{1+k^2}}{1+k^2}R} (\sqrt{R^2 - x^2} - kx) dx \quad \text{integralni hisoblang.}$$

Yechish: $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ funksiya radiusi R ga teng yarim aylana va koordinatalar boshidan o'tuvchi $y = kx$ funksiyalarning grafagini chizamiz (2-rasm).

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} \quad \text{va} \quad y = kx \quad (k > 0)$$

funksiyalarning kesishish nuqtasini topamiz. Buning uchun

$$\begin{cases} y = \sqrt{R^2 - x^2} \\ y = kx \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini yechamiz. Natijada

$$x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{1+k^2}}{1+k^2} R \quad \text{ga ega bo'lamiz. Demak,}$$

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} \quad \text{va} \quad y = kx \quad (k > 0) \quad \text{funksiyalar}$$

$$x = \frac{\sqrt{1+k^2}}{1+k^2} R$$

abssissasi nuqtada kesishadi.

2-rasmdan ko'rish mumkin, aniq integralni hisoblash

yuqoridan $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ aylana yoyi, Oy o'qi va $y = kx$ funksiya bilan chegaralangan sohaning yuzi yoyining gradus o'lchovi

β ga va radiusi R ga teng bo'lgan doiraviy sektorning yuzini topishdan iborat ekan. α uchun $tg\alpha = k$ tenglikdan foydalanib, $\alpha = \arctg k$ ekanligidan

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \arctg k$$

ni topamiz. U holda doiraviy sektorning

$$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \beta = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \arctg k \right)$$

yuzi formula bilan

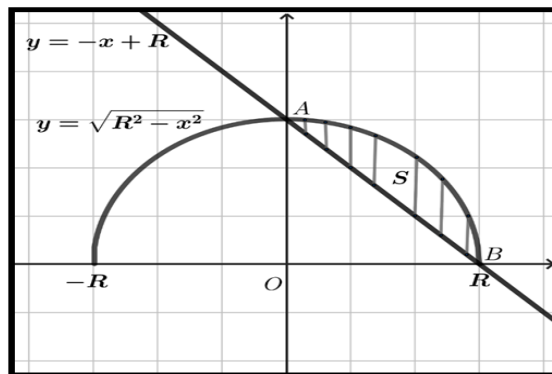
topiladi. Bu masalani $k < 0$ bo'lganda ham qarash mumkin. Bunda aniq integralning quyi va yuqori chegarasi qiymatlari o'zgaradi.

R va k ga son qiymat berib, quyidagi masalalarni tuzish mumkin:

$$1) \int_0^{\frac{\sqrt{5}}{5}} (\sqrt{1-x^2} - 2x) dx ; \quad 2)$$

$$\int_0^{\frac{3\sqrt{10}}{5}} \left(\sqrt{4-x^2} - \frac{1}{3}x \right) dx ; \quad 3)$$

$$\int_{-\frac{\sqrt{5}}{5}}^0 (\sqrt{1-x^2} + 2x) dx$$



3-rasm

R ga son qiymat berib, quyidagi integrallarni hisoblash mumkin.

$$1) \int_0^2 (\sqrt{4-x^2} + x - 2) dx ; \quad 2) \int_{-1}^0 (\sqrt{1-x^2} - x - 1) dx ; \quad 3) \int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} - x - 2) dx$$

Tahlil va natijalar. Maktab algebra va analiz asoslari kursida [9] yuqoridagi kabi integral ostidagi funksiyaning aniqmas integralini topish masalasi qaralmaydi. Lekin bunday masalalarni yechishda integral ostidagi funksiyaning aniqmas integralini bilish ham shart emas. Balki 8-va 9-sinlar matematika kursidagi aylana va to'g'ri chiziq tenglamasini koordinatalar tekisligida tasvirlash,

$$3. \int_0^R (\sqrt{R^2 - x^2} + x - R) dx$$

integralni hisoblang.

Integralni hisoblashda integral ostidagi funksiyaning

$$y = \sqrt{R^2 - x^2}$$

geometrik tasvirini chizamiz. Integral ostidagi

$$y = -x + R$$

yarim aylana va funksiya grafiklarini koordinatalar tekisligida tasvirlab olamiz (3-rasm). Grafiklardan

ko'rish mumkinki, $[0; R]$ kesmada integralni hisoblash, yoyining gradus o'lchovi 90° va radiusi R ga teng bo'lgan doiraviy segment yuzini topishdan iborat ekan. Doiraviy segment yuzini topish uchun esa doiraviy sektor yuzidan katetlari R ga teng bo'lgan to'g'ri burchakli AOB uchburchakning yuzini ayirish kerak.

$$S = S_{\text{sek}} - S_{\Delta AOB} = \frac{\pi R^2}{360} \cdot 90^\circ - \frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{4} (\pi - 2)$$

$$S = \frac{R^2}{4} (\pi - 2)$$

ekan.

Demak, integralning qiymati

ularning kesishishi natijasida hosil bo'lgan doira bo'laklari (sektor va segment) yuzini topish masalasiga olib kelinadi.

Xulosa va takliflar. Yuqoridagi masalalarni yechishda vizual va mantiqiy tafakkurning o'rni quyidagicha bo'ladi:

Aylananing to'g'ri chiziq bilan joylashishi aniq tasvirlarda tasvirlay olish va natijada hosil bo'lgan masalada so'ralgan soha doira bo'laklari (sektor va segment) yuzi ekanligini aniqlashda vizual tafakkur namoyon bo'ladi;

Masalani yechish ya'ni aylana va to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalarining koordinatalarini aniqlash va doira bo'laklari (sektor va segment) yuzi formulasidan foydalanishda mantiqiy tafakkurga tayaniladi.

Demak, yuqoridagi kabi masalalardan foydalanib o'quvchilar vizual tafakkurini rivojlantirishga erishish mumkin ekan.

ADABIYOTLAR

1. Alimov Sh.A., Xolmuhamedov O.R., Mirzaahmedov M.A. Algebra. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 9-sinfi uchun darslik. Toshkent: O'qituvchi, 2019. – 240 b.
2. Arnheim, R. Visual thinking / R. Arnheim. - Berkley: Univ. of California Press, 1969. - 345 p.
3. Вавилов В. В. и др. Задачи по математике. – Наука, 1990.
4. Далингер В. А., Симонженков С. Д. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход. – 2020.
5. Zaitov A. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 10-sinfi uchun darslik. Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022. – 192 b

6. Зинченко, В.П. Современные проблемы образования и воспитания / В.П. Зинченко // Вопр. философии. – 1973. – № 11. – С. 42–46.
7. Князева О. О. Реализация когнитивно-визуального подхода в обучении старшеклассников началам математического анализа // Омск: Изд-во ОмГПУ. – 2003
8. Крюкова С. А. Понимание визуального мышления // Аналитика культурологии. – 2012. – №. 22. – С. 152-155.
9. Mirzaahmedov M.A., Ismailov Sh.N., Amanov A.Q., Xaydarov B.Q. Matematika. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 11-sinflari va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi muassasalari uchun darslik. 1-qism. Toshkent: "Zamin nashr" MChJ, 2018.-192 b.
10. Rahimqoriyev A.A., Toxtaxodjayev M.A. Geometriya. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 8-sinfi uchun darslik. Toshkent: O'zbekiston, 2019. – 160 b.