O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI XABARLARI, 2026, [15]
ISSN 2181-7324(Print)

IJTIMOIY FANLAR
http://journals.nuu.uz
ISSN 3093-8996(Onlayn)

UDK: 372.851

Shahlo Sh. ERGASHEVA,
Tayanch doktorant, Namangan davlat universiteti, Namangan, O‘zbekiston
E-mail: shahloergasheva7@mail.ru, ORCID: https://orcid.org/0009-0004-0706-7539

Professor, p.f.d X.Najmiddinova taqrizi asosida

METHODOLOGY FOR STUDYING THE PATTERNS OF REPDIGIT NUMBERS THROUGH MATHEMATICAL SIMULATION

Annotation

The paper studies the sequence of numbers obtained by multiplying a k-digit number made of identical digits n by the expression $\left(n+n+n-\frac{n}{n}\right)$ and adding $\frac{n}{n}$. The pattern found by computations is expressed as a general formula and proved as a theorem, its recurrence relation, generating function, link with pentagonal numbers, digit structure and generalization to other numeral systems are shown. The results apply to repdigit theory and to teaching the move from observation to proof.
Keywords: repdigits, repunit, arithmetic pattern, quadratic trinomial, pentagonal numbers, recurrence relation, generating function.

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ЧИСЕЛ С ОДИНАКОВЫМИ ЦИФРАМИ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СИМУЛЯЦИИ

Аннотация

В статье изучается последовательность чисел, получаемых умножением k-значного числа, составленного из одинаковых цифр n, на выражение $\left(n+n+n-\frac{n}{n}\right)$ и прибавлением $\frac{n}{n}$. Закономерность, найденная вычислениями, выражается общей формулой и доказывается как теорема, показаны рекуррентное соотношение, производящая функция, связь с пятиугольными числами, строение цифр результатов и обобщение на другие системы счисления. Результаты применимы в теории чисел с одинаковыми цифрами и при обучении переходу от наблюдения к доказательству.
Ключевые слова: числа с одинаковыми цифрами, репьюнит, арифметическая закономерность, квадратный трёхчлен, пятиугольные числа, рекуррентное соотношение, производящая функция.

MATEMATIK SIMULYATSIYA ORQALI BIR XIL RAQAMLI SONLAR QONUNIYATLARINI O’RGANISH METODIKASI

Annotatsiya

Maqolada bir xil raqamdan tuzilgan k xonali sonni $\left(n+n+n-\frac{n}{n}\right)$ ifodaga ko‘paytirib, $\frac{n}{n}$ ni qo‘shishdan hosil bo‘ladigan sonlar ketma-ketligi o‘rganiladi. Qonuniyat umumiy formula ko‘rinishida ifodalanib isbotlanadi, rekurrent munosabat, hosil qiluvchi funksiya, beshburchak sonlar bilan aloqa, raqamlar tuzilishi va boshqa sanoq sistemalaridagi umumlashma ko‘rsatiladi. Natijalar bir xil raqamli sonlar qonuniyatlarini o‘rganishda va kuzatishdan isbotga o‘tishga o‘rgatishda qo‘llanadi.
Kalit so‘zlar: bir xil raqamli sonlar, repyunit, arifmetik qonuniyat, kvadrat uchhad, beshburchak sonlar, rekurrent munosabat, hosil qiluvchi funksiya.

Kirish. Kuzatilgan arifmetik qonuniyatni umumiy ko‘rinishda ifodalash va qat’iy isbotlash matematik tafakkurning muhim bosqichini tashkil etadi.

Bir xil raqamli sonlar (repdigit) va repyunitlarning xossalari so‘nggi yillarda ham faol o‘rganilmoqda. Ian Styuart keltirgan “kalkulyator qiziqarliklari”($8\cdot 88+13=717$ kabi) ham shu turdagi qonuniyatlarga misoldir [1]. Beshburchak sonlar[2], repyunitlar[3] haqida ham ishlar mavjud. Ushbu maqola shu yo‘nalishga yaqin bo‘lib, qonuniyat mustaqil topilgan.

Ishda quyidagi ifoda o‘rganiladi: biror n raqami $(1\le n\le 9)$ olinadi, undan k xonali $nn\ldots n$ soni yasaladi, bu son $\left(n+n+n-\frac{n}{n}\right)$ ifodaga ko‘paytiriladi va natijaga $\frac{n}{n}=1$ qo‘shiladi. Ishning maqsadi natija uchun umumiy formulani topish, uni isbotlash va xossalarini aniqlashdan iborat. Vazifalari: 1) qonuniyatni aniqlash; 2) formula ko‘rinishida isbotlash; 3) rekurrent, arifmetik va analitik xossalarini topish; 4) raqamlar takrorlanishi sababini tushuntirish; 5) boshqa sanoq sistemalariga umumlashtirish.

Mavzuga oid adabiyotlarning tahlili. Eksperimental matematikada simulyatsiya (hisoblash tajribasi) isbotni almashtirmaydi, balki qonuniyatni topish va gipoteza shakllantirishga xizmat qiladi. M.Xolmurodov va Sh.Ergasheva simulyatsiyani o‘qitishda qo‘llash imkoniyatlarini yoritgan[6]; u ko‘paytirish usullari, darajali tenglamalar[7], simmetrik ifodalar[8], kvadrat tenglamalar[9] mavzularida rivojlantirilgan. Borade va Mayle tasodifiy tuyuladigan tengliklarning sonlar yozuvidan kelib chiqishini ko‘rsatadi [1]; E.Costa, G.Costa va Catarino o‘nlik yozuvga

asoslangan sonlarni Horadam turidagi rekurrent ketma-ketlik deb tavsiflaydi[3]; Campbell beshburchak sonlar natijalarini umumlashtiradi[2]; qo‘llanmalar[4;5] isbotlashga o‘rgatishni yoritadi. Simulyatsiyani kashf etish, isbotlash va umumlashtirishning yagona tizimi sifatida birlashtirgan ishlar yetarli emas, maqola shu bo‘shliqni to‘ldiradi.

Tadqiqot metodologiyasi. Tadqiqot eksperimental matematikaga asoslanadi, simulyatsiya qonuniyatni kashf etish va tekshirishda qo‘llanadi. Obyekt - bir xil raqamli sonlar ustidagi amallar, predmet - ularning natijalari. Obyekt model sifatida ifodalanib (parametrlar: raqam, xonalar soni, sanoq sistemasi asosi), kompyuterda keng qiymatlarda hisoblanadi; jadval tahlilidan gipoteza chiqariladi (induksiya). Gipoteza algebraik almashtirishlar, geometrik progressiya va matematik induksiya bilan isbotlanadi (deduksiya); formulaning rekurrent, analitik, modulli, asimptotik xossalari va figurali sonlar bilan aloqasi o‘rganilib, natija boshqa sanoq sistemalariga umumlashtiriladi va yangi qiymatlarda tekshiriladi (verifikatsiya). Simulyatsiya isbotni almashtirmaydi, shuning uchun “simulyatsiya → gipoteza → isbot → verifikatsiya” sikli qo‘llanadi; u kuzatishdan isbotga olib boradi [4; 5].

Tahlil va natijalar. Har bir $n \in \{1,2,...,9\}$ va $k \in N$ uchun k ta birdan iborat sonni R_k bilan, k xonali $nn...n$ sonini $a_k(n)$ bilan belgilaymiz:

$$R_k = 11...1 = 1+10+10^2+...+10^{k-1} = \frac{10^k-1}{9}, a_k(n) = n \cdot R_k$$

Qulaylik uchun $R_0 = 0$ deb olamiz. Tekshiriladigan son quyidagicha aniqlanadi:

$N_k(n) = a_k(n) \cdot \left(n+n+n-\frac{n}{n}\right)+\frac{n}{n}$. $n \neq 0$ bo‘lgani uchun $\frac{n}{n}=1$ va $n+n+n-\frac{n}{n}=3n-1$

Ifodadagi doimiy ko‘paytuvchini $A = n(3n-1)$ bilan belgilaymiz. Masala: $N_k(n)$ ni n va k orqali ifodalash hamda uning xossalarini o‘rganish. Qisqalik uchun n aniq bo‘lganda $N_k(n)$ o‘rniga N_k yozamiz.

Hisoblashlar $n=1$ dan $n=9$ gacha bo‘lgan raqamlar uchun $k = 1,2,3,4,5$ xonali sonlarda bajarildi. Masalan: $3 = 1 \cdot \left(1+1+1-\frac{1}{1}\right)+\frac{1}{1}$, $23 = 11 \cdot \left(1+1+1-\frac{1}{1}\right)+\frac{1}{1}$, $265 = 33 \cdot \left(3+3+3-\frac{3}{3}\right)+\frac{3}{3}$, $2025 = 88 \cdot \left(8+8+8-\frac{8}{8}\right)+\frac{8}{8}$.

Barcha misollarda qavs ichidagi ifoda $3n-1$ ga teng, $\frac{n}{n}$ esa 1 ga teng. Natijalar 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval. Hisoblash natijalari N_k

n	$A = n(3n-1)$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$
1	2	3	23	223	2223
2	10	11	111	1111	11111
3	24	25	265	2665	26665
4	44	45	485	4885	48885
5	70	71	771	7771	77771
6	102	103	1123	11323	113323
7	140	141	1541	15541	155541
8	184	185	2025	20425	204425
9	234	235	2575	25975	259975

Jadvaldan quyidagi qonuniyatlar ko‘rinadi:

1) $n=1$ da natijalar 3, 23, 223, 2223, … : oldida “2” raqamlari, oxirida “3”;

2) $n=2$ da natijalar faqat birlardan iborat: 11, 111, 1111, …;

3) $n = 3,4,5,7$ da har bir keyingi natijada o‘rtaga bitta bir xil raqam qo‘shiladi: 25, 265, 2665, …; 45, 485, 4885, …; 71, 771, 7771, …; 141, 1541, 15541, …;

4) $n = 6,8,9$ da ham xuddi shunday “o‘sish” bor: 103, 1123, 11323, 113323, …;

185, 2025, 20425, 204425, …; 235, 2575, 25975, 259975, … .

Shunday qilib, k bir birlikka oshganda natija uzunligi ham bir xonaga oshadi va o‘rtadagi raqamlar takrorlanadi. Bu kuzatuvning aniq sababini keyingi bo‘limlardagi teoremalar ochib beradi.

Teorema 1. $n \in \{1,2,...,9\}$ va $k \in N$ bo‘lsin. U holda

$$a_k(n) \cdot \left(n+n+n-\frac{n}{n}\right)+\frac{n}{n} = \frac{(3n^2-n)(10^k-1)}{9}+1.$$

$$a_k(n) = n \cdot \left(1+10+...+10^{k-1}\right) = n \cdot \frac{10^k-1}{9}.$$

Isbot. 1)

2) $n \neq 0$ bo‘lganda $\frac{n}{n}=1$, shuning uchun $n+n+n-\frac{n}{n}=3n-1$ va $\frac{n}{n}=1$.

3) Demak, ifoda $n \cdot \frac{10^k-1}{9} \cdot (3n-1)+1 = \frac{(3n^2-n)(10^k-1)}{9}+1$ ga teng. ■

Natija 1(xususiy hollar). $k = 1,2,3$ da ($R_1 = 1, R_2 = 11, R_3 = 111$) teoremadan quyidagilar kelib chiqadi: $k=1$: $3n^2-n+1$; $k=2$: $11 \cdot (3n^2-n)+1 = 33n^2-11n+1$;

$k=3$: $111 \cdot (3n^2-n)+1 = 333n^2-111n+1$.

Bu formulalar yuqoridagi hisoblashlarga to‘liq mos keladi.

Masalan, $n=1$ da 3 − 1 + 1 = 3, 33 − 11 + 1 = 23, 333 − 111 + 1 = 223;

$n=2$ da 12 − 2 + 1 = 11, 132 − 22 + 1 = 111.

Natija 2 (yopiq ko‘rinish). $A=n(3n-1)$ bo‘lsa, $N_k=\frac{A\cdot 10^k+9-A}{9}$. Bu tenglik 1-teoremadan $R_k=\frac{10^k-1}{9}$ ni qo‘yib, 1 ni $\frac{9}{9}$ ko‘rinishida yozish bilan olinadi.

Izoh ($k=1$ holi). $3n^2-n+1$ kvadrat tenglamada $a=3, b=-1, c=1$ bo‘lib, diskriminant $D=1-12=-11<0$. Demak, N_1 hech qachon nolga aylanmaydi. Bundan tashqari, $N_1(n+1)-N_1(n)=6n+2$, ya’ni 3, 11, 25, 45, … ketma-ketligi farqlari 8, 14, 20, … bo‘lgan ikkinchi tartibli arifmetik progressiyadir.

Teorema 2 ($n=2$ holi). Har bir $k\in N$ uchun $N_k(2)=R_{k+1}$, ya’ni natija $k+1$ ta birdan iborat son bo‘ladi.

Isbot. $n=2$ da $A=2\cdot 5=10$, shuning uchun

$$N_k=10\cdot R_k+1=10\cdot\frac{10^k-1}{9}+1=\frac{10^{k+1}-10+9}{9}=\frac{10^{k+1}-1}{9}=R_{k+1}$$

. ■

Bu 11, 111, 1111, … ketma-ketligini tushuntiradi.

Teorema 3 (rekurrent munosabat). $N_1=3n^2-n+1$ va barcha $k\in N$ uchun

$$N_{k+1}=10\cdot N_k+A-9,\ A=n(3n-1).$$

Isbot. $R_{k+1}=10\cdot R_k+1$ bo‘lgani uchun

$$N_{k+1}=A\cdot R_{k+1}+1=10\cdot A\cdot R_k+A+1=10\cdot(N_k-1)+A+1=10\cdot N_k+A-9$$

. ■

Tekshiramiz: $n=3$ da $A=24$, 10·25 + 24 − 9 = 265; $n=8$ da $A=184$, 10·2025 + 184 - 9 = 20425. Bu munosabat har keyingi sonni oldingisidan topishga imkon beradi.

Teorema 4 (beshburchak sonlar bilan bog‘liqlik). $A=n(3n-1)$ soni n-beshburchak son $P_n=\frac{n(3n-1)}{2}$ ning ikkilanganiga teng, ya’ni $N_k=2P_n\cdot R_k+1$.

Isbot. P_n ning ta’rifiga ko‘ra $2P_n=n(3n-1)=A$, demak 1-teoremaga ko‘ra

$$N_k=A\cdot R_k+1=2P_n\cdot R_k+1.\ \blacksquare$$

Haqiqatan, $n=1,2,...,9$ uchun $P_n=1,5,12,22,35,51,70,92,117$ va $2P_n=2,10,24,44,70,102,140,184,234$ - bular 1-jadvalning ikkinchi ustuniga mos keladi.

Teorema 5. $|x|<\frac{1}{10}$ uchun $\sum_{k\ge 1}N_k\cdot x^k=A\cdot\frac{x}{(1-x)(1-10x)}+\frac{x}{1-x}$.

Isbot. $R_k=\frac{10^k-1}{9}$ bo‘lgani uchun $R_k x^k=\frac{1}{9}\cdot\frac{10x}{1-10x}-\frac{x}{1-x}=\frac{x}{(1-x)(1-10x)}$. $N_k=A\cdot R_k+1$ va $\sum x^k=\frac{x}{1-x}$ tengliklaridan talab qilingan formula kelib chiqadi. ■

Natija 3 (bo‘linish). $N_k-1=A\cdot R_k$ bo‘lgani uchun N_k-R_{k+1} soni har doim $A=n(3n-1)$ ga qoldiqsiz bo‘linadi. Masalan, $n=8$ da 2025 − 1 = 2024 = 184·11, $n=3$ da 2665 − 1 = 2664 = 24·111.

Natija 4 (9ga bo‘lgandagi qoldiq). $R_k\equiv k(\mathrm{mod}\,9)$ bo‘lgani uchun $N_k\equiv A\cdot k+1(\mathrm{mod}\,9)$. Bu natija raqamlari yig‘indisining qoldig‘ini beradi. Masalan, $n=8, k=3$ da $A=184\equiv 4$ demak $N_3\equiv 4\cdot 3+1=13\equiv 4(\mathrm{mod}\,9)$; haqiqatan, 20425 ning raqamlari yig‘indisi $13\equiv 4$.

Natija 5. $k\to\infty$ da $\frac{N_k}{10^k}\to\frac{A}{9}$. Bu limit natijaning bosh raqamlarini aniqlaydi.

Natijalarning raqamlar tuzilishi. 1-jadvalda ko‘ringan “o‘rtada raqam takrorlanishi” hodisasini quyidagi teorema qat’iy tasdiqlaydi.

Teorema 6. N_k sonining o‘nlik yozuvi 2-jadvalda ko‘rsatilgan tuzilishga ega.

2-jadval. N_k ning raqamlar tuzilishi va yopiq ko‘rinishi

n	Raqamlar tuzilishi	Yopiq ko’rinish N_k
1	$(k-1)$ ta 2, so’ng 3	$\frac{2\cdot 10^k+7}{9}$
2	$k+1$ ta 1	$\frac{10^{k+1}-1}{9}$
3	2, $(k-1)$ ta 6, 5	$\frac{8\cdot 10^k-5}{3}$
4	4, $(k-1)$ ta 8, 5	$\frac{44\cdot 10^k-35}{9}$
5	k ta 7, so’ng 1	$\frac{70\cdot 10^k-61}{9}$
6	11, $(k-2)$ ta 3, 23 $(k\ge 2)$	$\frac{102\cdot 10^k-93}{9}$
7	1, $(k-1)$ ta 5, 41	$\frac{140\cdot 10^k-131}{9}$
8	20, $(k-2)$ ta 4, 25 $(k\ge 2)$	$\frac{184\cdot 10^k-175}{9}$

9	25, $(k-2)$ ta 9, 75 $(k\ge 2)$	$\frac{234\cdot 10^k-225}{9}$

Isbot. Har bir qatorda ko‘rsatilgan sonning qiymatini $R_j=\frac{10^j-1}{9}$ yordamida hisoblab, Natija 2 dagi $\frac{A\cdot 10^k+9-A}{9}$ bilan tenglashtiramiz.

$n=1$: $(k-1)$ ta 2 va 3 soni $20\cdot R_{k-1}+3=\frac{2\cdot 10^k-20}{9}+3=\frac{2\cdot 10^k+7}{9}$.

$n=2$: Teorema 2 ga ko‘ra $R_{k+1}=\frac{10^{k+1}-1}{9}$.

$n=3$:

$2\cdot 10^k+60\cdot R_{k-1}+5=2\cdot 10^k+\frac{2}{3}\cdot(10^k-10)+5=\frac{8\cdot 10^k-5}{3}$.

$n=4$:

$4\cdot 10^k+80\cdot R_{k-1}+5=4\cdot 10^k+\frac{8\cdot 10^k-80}{9}+5=\frac{44\cdot 10^k-35}{9}$.

$n=5$: k ta 7 va 1 soni $70\cdot R_k+1=\frac{70\cdot 10^k-61}{9}$.

$n=6(k\ge 2)$:

$11\cdot 10^k+300\cdot R_{k-2}+23=11\cdot 10^k+\frac{3\cdot 10^k-300}{9}+23=\frac{102\cdot 10^k-93}{9}$.

$n=7$:

$10^{k+1}+500\cdot R_{k-1}+41=10^{k+1}+\frac{50\cdot 10^k-500}{9}+41=\frac{140\cdot 10^k-131}{9}$.

$n=8(k\ge 2)$:

$20\cdot 10^k+400\cdot R_{k-2}+25=20\cdot 10^k+\frac{4\cdot 10^k-400}{9}+25=\frac{184\cdot 10^k-175}{9}$.

$n=9(k\ge 2)$:

$25\cdot 10^k+900\cdot R_{k-2}+75=25\cdot 10^k+\frac{9\cdot 10^k-900}{9}+75=\frac{234\cdot 10^k-225}{9}$.

$\frac{A\cdot 10^k+9-A}{9}$

Barcha hollarda ifoda ga teng, bunda $A=2,10,24,44,70,102,140,184,234$. ■

Sonlarning takrorlanish qonuniyatlari. Natija 5 ga ko‘ra $N_k\approx\frac{A}{9}\cdot 10^k$. $\frac{A}{9}$ kasr o‘nli yoyilmasi davriy: $\frac{2}{9}=0{,}222...$; $\frac{24}{9}=2{,}666...$; $\frac{44}{9}=4{,}888...$; $\frac{70}{9}=7{,}777...$; $\frac{102}{9}=11{,}333...$; $\frac{140}{9}=15{,}555...$; $\frac{184}{9}=20{,}444...$; $\frac{234}{9}=26$. Shu sababli natijaning bosh raqamlari shu davriy kasrni takrorlaydi, oxirgi 1–2 raqam esa “tuzatuvchi” had $\frac{9-A}{9}$ dan kelib chiqadi. Masalan, $n=9$ da $26\cdot 10^k-25=2599...975$ ko‘rinishida, chunki $26\cdot 10^k$ dan 25 ayirilganda 9 lar hosil bo‘ladi.

Boshqa sanoq sistemalariga umumlashtirish. Ifoda o‘nlik sanoq sistemasi bilan chegaralanmaydi. $b\ge 2$ asosli sanoq sistemasida $R_k(b)=\frac{b^k-1}{b-1}$ deymiz va n raqamini $1\le n\le b-1$ deb olamiz.

Teorema 7. b asosli sistemada $nn...n$ (k ta) sonini $n+n-\frac{n}{n}$ ga ko‘paytirib, n ni qo‘shsak, natija $N_k(b)=A\cdot\frac{b^k-1}{b-1}+1$ ga teng. Xususan, agar $A=n(3n-1)=b$ bo‘lsa, $N_k(b)=R_{k+1}(b)$, ya’ni natija b asosda $k+1$ ta birdan iborat.

Isbot. Birinchi tasdiq Teorema 1 ning isboti bilan bir xil (10 o‘rniga b qo‘yiladi). Agar $A=b$ bo‘lsa, $N_k(b)=b\cdot\frac{b^k-1}{b-1}+1=\frac{b^{k+1}-b+b-1}{b-1}=\frac{b^{k+1}-1}{b-1}=R_{k+1}(b)$.

Bu Teorema 2 ning umumlashmasidir: $b=10,n=2(A=10)$. Boshqa misollar: $n=1,b=2(A=2)$ da $N_k=2^{k+1}-1$ (ikkilik sistemada $k+1$ ta 1, Mersenn sonlari: 3, 7, 15, …); $n=3,b=24$ da $3\cdot 8+1=25=11$ (24 lik sistemada); $n=4,b=44$ da $4\cdot 11+1=45=11$ (44 lik sistemada).

Hisoblash natijalarini tekshirish va tahlil qilish. 1-misol. $n=6$, $k=5$ uchun $A-6\cdot 17=102$, $R_5=11111$. Demak, $N_5=102\cdot 11111+1=1133322+1=1133323$.

Bevosita hisob: $66666\cdot\left(6+6+6-\frac{6}{6}\right)+\frac{6}{6}=66666\cdot 17+1=1133323$. Natijalar mos keladi.

2-misol (yangi hol). $n=9$ uchun $A=9\cdot 26=234$. Formula bo‘yicha $N_1=235$, $N_2=11\cdot 234+1=2575$, $N_3=111\cdot 234+1=25975$. Rekurrent munosabat bilan tekshiramiz: $A-9=225$, $N_2=10\cdot 235+225=2575$, $N_3=10\cdot 2575+225=25975$. Keyingi qadamlar: $N_4=259975$, $N_5=2599975$.

3-jadval. $k=5,6,7$ uchun N_k

n	k=5	k=6	k=7
1	22223	222223	2222223
2	111111	1111111	11111111
3	266665	2666665	26666665
4	488885	4888885	48888885
5	777771	7777771	77777771
6	1133323	11333323	113333323
7	1555541	15555541	155555541

8	2044425	20444425	204444425
9	2599975	25999975	259999975

Jadvaldagi barcha sonlar Teorema 1 formulasi bo‘yicha hisoblangan va Teorema 6 dagi raqamlar tuzilishiga mos keladi.

Xulosa va takliflar. Ishda bir xil raqamdan tuzilgan sonlar ustida bajariladigan $\left(n+n+n-\frac{n}{n}\right)$ ifodali amallar zanjiri o‘rganildi. Kuzatilgan qonuniyat umumiy formula $N_k=\frac{(3n^2-n)(10^k-1)}{9}+1$ ko‘rinishida topildi va isbotlandi. Undan $k=1,2,3$ uchun $3n^2-n+1$, $33n^2-11n+1$, $333n^2-111n+1$ formulalari kelib chiqadi. Qo‘shimcha ravishda: $n=2$ da natija $k+1$ ta birdan iborat son ekani; rekurrent munosabat $N_{k+1}=10N_k+A-9$; $A=2P_n$ bo‘lib, formulaning beshburchak sonlar bilan aloqasi; hosil qiluvchi funksiya; natijalarning raqamlar tuzilishi va uning $\frac{A}{9}$ kasrning davriy yoyilmasi bilan bog‘liqligi; formulaning boshqa sanoq sistemalariga umumlashmasi ko‘rsatildi.

ADABIYOTLAR

1. Borade, N., Mayle, J. (2021). Square Curious Numbers. Journal of Integer Sequences, 24, Article 21.7.4.
2. Campbell, J. M. (2025). Extensions of the truncated pentagonal number theorem. arXiv:2504.04697.
3. Costa, E. A., Costa, G. A., & Catarino, P. M. M. C. (2024). One-Zero numbers: A new Horadam-type sequence. Intermaths, 5, 80–92.
4. Alixonov, S. (2011). Matematika o‘qitish metodikasi. Toshkent: Cho‘lpon.
5. Tojiyev, M., Barakayev, M., & Xurramov, A. (2017). Matematika o‘qitish metodikasi. O‘quv qo‘llanma. Toshkent: Fan va texnologiya.
6. Xolmurodov, M. Q., Ergasheva, Sh. Sh. (2025). Matematika fanini o‘qitishda simulyatsiyalardan foydalanish. NamDU ilmiy axborotnomasi, 5, 1086–1088.
7. Ergasheva, Sh. (2025). Darajali tenglamalarni matematik simulyatsiyadan foydalanib yechish usullari. Qo‘qon DPI ilmiy xabarlar, 9, 2154–2162.
8. Ergasheva, Sh. (2026). Simmetrik algebraik ifodalarni matematik simulyatsiyadan foydalanib yechish usullari. Pedagogik mahorat, 2, 17–21.
9. Ergasheva, Sh. (2026). Umumta’lim maktablarida kvadrat tenglamalarga doir misollarni yechishning turli usullari. FarDU. Ilmiy xabarlar – Научный вестник. ФерГУ, 1, 67–72.