



UDK: 37.091.33:004(575.1)

Elmurod ISMOILOV,
O'zMPU dotsenti, PhD
E-mail: elmurodismoilov170191@mail.ru

TGFU dotsenti, PhD I.Tursunov taqrizi ostida

IRRATSIONAL TENGLAMALAR VA TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISH METODLARI

Annotatsiya

Ushbu maqolada irratsional tenglamalar va tenglamalar sistemasini yechish metodlari masalasi yoritilgan. Maqolada avvalo irratsional son va irratsional tenglama tushunchalarining mohiyati tahlil qilinib, maktab algebra kursida ularni o'qitish jarayonida e'tibor berilishi lozim bo'lgan metodik jihatlar ko'rsatib o'tilgan. Irratsional tenglamalarning aniqlanish sohasini topish, ularni ratsionallashtirish, tenglamaning har ikki tomonini bir xil darajaga ko'tarish hamda yangi o'zgaruvchilar kiritish usullari batafsil yoritilgan. Shuningdek, kvadrat ildiz ostidagi ifodalarni o'z ichiga olgan tenglamalar misolida chet ildizlarning paydo bo'lish sabablari tahlil qilingan. Maqolada turli misollar orqali irratsional tenglamalar va tenglamalar sistemasini yechishning bosqichlari, aniqlanish sohasi, o'zgaruvchini almashtirish, darajaga ko'tarish va yechimlarni tekshirish jarayonlari bosqichma-bosqich ko'rsatib berilgan. Natijada, maqola umumta'lim maktablarida algebra fanini o'qitish jarayonida irratsional tenglamalarni o'rgatish metodikasini takomillashtirishga, o'quvchilarda mantiqiy fikrlashni rivojlantirishga va matematik tafakkurni chuqurlashtirishga xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: irratsional tenglama, irratsional tenglamalar sistemasi, aniqlanish sohasi, ratsionallashtirish, kvadrat ildiz, chet ildiz, darajaga ko'tarish, o'zgaruvchi kiritish usuli, algebra, yechimni tekshirish, matematik tafakkur, o'qitish metodikasi.

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

Аннотация

В данной статье рассматриваются вопросы решения иррациональных уравнений и систем уравнений. В начале статьи проанализирована сущность понятий иррационального числа и иррационального уравнения, а также показаны методические аспекты, на которые следует обратить внимание при обучении этим темам в школьном курсе алгебры. Подробно освещены методы определения области допустимых значений, рационализации, возведения обеих частей уравнения в одинаковую степень и введения новых переменных. Кроме того, на примере уравнений, содержащих выражения под знаком квадратного корня, проанализированы причины появления посторонних корней. В статье пошагово показаны этапы решения иррациональных уравнений и систем уравнений: нахождение области определения, замена переменных, возведение в степень и проверка решений. В результате работа способствует совершенствованию методики преподавания иррациональных уравнений в процессе обучения алгебре в общеобразовательных школах, развитию логического мышления учащихся и углублению их математического мировоззрения.

Ключевые слова: иррациональное уравнение, система иррациональных уравнений, область определения, рационализация, квадратный корень, посторонний корень, возведение в степень, введение новой переменной, алгебра, проверка решения, математическое мышление, методика преподавания.

IRRATIONAL EQUATIONS AND METHODS FOR SOLVING SYSTEMS OF EQUATIONS

Annotation

This article examines the problem of solving irrational equations and systems of equations. The paper first analyzes the essence of the concepts of irrational numbers and irrational equations, highlighting the methodological aspects that should be considered when teaching these topics in the school algebra course. It provides a detailed explanation of the methods for determining the domain of definition, rationalization, raising both sides of an equation to the same power, and introducing new variables. In addition, using examples of equations containing square root expressions, the causes of extraneous roots are analyzed. The article presents step-by-step procedures for solving irrational equations and systems of equations, including defining the domain, substituting variables, raising to powers, and verifying solutions. As a result, the study contributes to improving the methodology of teaching irrational equations in school algebra, developing students' logical thinking, and deepening their mathematical reasoning.

Keywords: irrational equation, system of irrational equations, domain of definition, rationalization, square root, extraneous root, exponentiation, variable substitution method, algebra, solution verification, mathematical thinking, teaching methodology.

Kirish. Matematika fani inson tafakkurining eng muhim tarmoqlaridan biri bo'lib, uning asosiy bo'limlaridan biri – algebra orqali o'quvchilarda mantiqiy fikrlash, tahliliy yondashuv va mustaqil yechim topish ko'nikmalari shakllanadi. Algebra kursida o'quvchilar tenglamalar va ularning sistemasini yechishning turli usullarini o'zlashtiradilar. Shulardan biri – irratsional tenglamalar bilan ishlashdir. Bu mavzu orqali o'quvchilar kvadrat ildizli ifodalar, aniqlanish sohasi, chet ildiz va ratsionallashtirish kabi muhim tushunchalarni chuqurroq o'rganadilar.

Irratsional tenglamalarni yechish masalasi nafaqat matematik nazariy jihatdan, balki amaliy nuqtayi nazardan ham katta ahamiyatga ega. Chunki bunday tenglamalar fizik, texnik va iqtisodiy jarayonlarni modellashda keng qo'llaniladi. Shu bois, ularni o'qitishda o'quvchilarni nafaqat texnik hisoblash usullariga, balki mantiqiy isbotlash, tahlil va tekshirish jarayonlariga ham o'rgatish zarurdir.

Maktab algebra kursida irratsional tenglamalarni o'rganish o'quvchilarda matematik tafakkurni shakllantirish, abstrakt fikrlashni rivojlantirish hamda mantiqiy xulosalar

chiqarish ko'nikmalarini mustahkamlashga xizmat qiladi. Shuningdek, o'qituvchi ushbu mavzuni o'qitishda metodik jihatdan to'g'ri yondashsa, o'quvchilarda qiziqish, mustaqil ishlash hamda izlanish faoliyatiga intilish ortadi.

Mazkur maqolada irratsional tenglamalar va ularning sistemalarini yechishning asosiy metodlari – tenglamaning har ikki tomonini bir xil darajaga ko'tarish hamda yangi o'zgaruvchi kiritish usullari tahlil qilingan. Shuningdek, aniqlanish sohasini topish, chet ildizlarni aniqlash, tenglama yechimlarini tekshirish va o'qitish metodikasiga oid tavsiyalar berilgan. Maqola umumta'lim maktablarida algebra fanini o'qitish samaradorligini oshirish, o'quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirish hamda ularni mantiqiy fikrlashga o'rgatish maqsadida yozilgan.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili. Irratsional son tushunchasi maktab matematika kursining VIII sinfida o'tiladi. Darslikda irratsional tenglamaga ta'rif berilib, uni yechish usullari ko'rsatilgan. Darslikdagi ta'rif quyidagicha ifodalanadi:

Ta'rif. Noma'lumlari ildiz ishorasi ostida bo'lgan tenglamalar irratsional tenglamalar deyiladi.

Bu ta'rifni kengroq ma'noda quyidagicha ham berish mumkin: Noma'lumlari ildiz ishorasi ostida yoki kasr ko'rsatkichli daraja belgisi ostida bo'lgan tenglama irratsional tenglama deyiladi.

Masalan, $\sqrt{4-5x} = 6$, $x^{\frac{1}{2}} - 7 = 0$, $\sqrt{2x+8} + \sqrt{x+5} = 7$, $\sqrt{1-\sqrt{x^4-x^2}} = x-1$, $\sqrt[3]{x-a} + \sqrt[3]{x-b}$ va hokazo.

Maktab matematika kursida faqatgina kvadrat ildizlarni o'z ichiga olgan irratsional tenglamalarni yechish o'rgatiladi. Shuning uchun ham bu mavzu materialini o'tish jarayonida o'qituvchi o'quvchilarga sonning kvadrat ildizi va uning arifmetik ildizi degan tushunchalarni takrorlab tushuntirishi lozim, chunki biz maktab algebra kursida faqat manfiy bo'lmagan sonlardan ildiz chiqarishni o'rgatamiz.

$\sqrt{-3}$, $\sqrt{-7}$, $\sqrt{-36}$,... lar haqiqiy sonlar maydonida ma'noga ega emas. Biz musbat sonning kvadrat ildizi deganda uning arifmetik ildizini, ya'ni uning musbat qiymatlarini

tushunamiz. Masalan, $\sqrt{9} = \pm 3$ bo'ladi, ammo -3 soni arifmetik ildiz bo'la olmaydi, 3 soni esa 9 sonning arifmetik ildizidir.

Tadqiqot metodologiyasi. Irratsional tenglamani yechishdan avval uning aniqlanish sohasini topish lozim.

1-misol. $\sqrt{3x-6} + \sqrt{1+x} = 2$ tenglamaning aniqlanish sohasi topilsin.

Yechish: $3x-6 \geq 0$ va $1+x \geq 0$ bu tengsizliklardan: $x \geq 2$ va $x \geq -1$. Demak, bu tenglamaning aniqlanish sohasi $x \geq 2$ bo'ladi. Haqiqatan ham, bu tenglama yechilsa, uning ildizi 2 ga teng yoki undan katta son chiqishi uning aniqlanish sohasidan ko'rinadi.

2-misol. $\sqrt{x-1} - \sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ tenglamaning aniqlanish sohasi topilsin. $x-1 \geq 0$, $3-x \geq 0$, $x+2 \geq 0$ bu tengsizliklardan $x \geq 1$, $x \leq 3$, $x \geq -2$. Bularga ko'ra tenglamaning aniqlanish sohasi $1 \leq x \leq 3$ bo'ladi, bu degan so'z tenglama ildizi 1 soni bilan 3 soni orasida bo'ladi, deganidir.

Irratsional tenglamalar ayniy shakl almashtirishlar orqali ratsional tenglama ko'rinishiga keltiriladi. Irratsional tenglamalarni yechish uchun eng ko'p ishlatiladigan shakl almashtirish berilgan tenglikning har ikkala tomonini bir xil darajaga ko'tarish va

$$\sqrt{f(x)} \cdot \sqrt{g(x)} = \sqrt{f(x)g(x)}, \quad \frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{g(x)}} = \sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}} \quad \text{kabi}$$

usullardir. Bunday shakl almashtirishlarni bajarish jarayonida yechilayotgan tenglama uchun chet ildiz hosil bo'lishi mumkin, chunki bu ayniy tengliklarning o'ng tomonlarining aniqlanish sohasi chapga qaraganda kengroqdir.

Teorema. Agar $f(x) = g(x)$ tenglamaning har ikkala qismini kvadratga ko'tarilsa, berilgan tenglama uchun chet ildiz hosil bo'ladi, bu chet ildiz $f(x) = -g(x)$ tenglamaning ildizidir.

Isboti: Agar $f(x) = g(x)$ tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak, $[f(x)]^2 = [g(x)]^2$ yoki $[f(x)]^2 - [g(x)]^2 = 0$. Bu degan so'z

$$[f(x) - g(x)][f(x) + g(x)] = 0$$

deganidir. Bunda quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin:

1) agar $f(x) - g(x) = 0$ bo'lsa, $f(x) + g(x) \neq 0$ u holda $f(x) = g(x)$ bo'ladi;

2) agar $f(x) + g(x) = 0$ bo'lsa, $f(x) - g(x) \neq 0$ u holda $f(x) = -g(x)$ bo'ladi.

Demak, hosil bo'ladigan chet ildiz yoki $[f(x)]^2 - [g(x)]^2 = 0$ tenglamaning ildizi bo'ladi.

3-misol. $4x = 7$ tenglama berilgan bo'lsin. Bu tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak, $16x^2 = 49$ bo'ladi. Bundan $16x^2 - 49 = 0 \Rightarrow (4x-7)(4x+7) = 0$.

1) agar $4x-7 = 0$ bo'lsa, $4x+7 \neq 0$ bundan $x = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$;

2) agar $4x+7 = 0$ bo'lsa, $4x-7 \neq 0$ bundan $x = -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4}$.

Bunda $x = -1\frac{3}{4}$ chet ildizdir, haqiqatan ham $4 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = 7$

bundan $-7 = 7$, bu $x = -1\frac{3}{4}$ yechim tenglamani qanoatlantirmaydi deganidir. Bu chet ildiz $4x = 7$ tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarish natijasida hosil bo'ladi.

Tahlil va natijalar. Maktab matematika kursida irratsional tenglamalarni yechish quyidagi ikkita usul orqali amalga oshiriladi:

1) irratsional tenglamaning har ikkala tomonini bir xil darajaga ko'tarish;

2) yangi o'zgaruvchilar kiritish.

Irratsional tenglamalarning ikkala tomonini bir xil darajaga ko'tarish usuli quyidagi ketma-ketlik asosida amalga oshiriladi:

a) berilgan irratsional tenglama $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$ ko'rinishga keltiriladi;

b) bu tenglamaning ikkala tomoni n darajaga ko'tariladi;

v) hosil bo'lgan $f(x) = g(x)$ ratsional tenglama bo'ladi;

g) natijada $f(x) = g(x)$ ratsional tenglama yechiladi va tekshirish orqali chet ildiz aniqlanadi.

4-misol. $\sqrt{3x+4} = x$ tenglama yechilsin.

Yechish: Tenglamaning aniqlanish sohasini topamiz: $x \geq 0$ va $3x+4 \geq 0$, bundan $x \geq -\frac{4}{3}$.

1-usul. Har ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak, $[\sqrt{3x+4}]^2 = [x]^2 \Rightarrow [3x+4] = [x^2]$. Bundan $x^2 - 3x - 4 = 0$ tenglamani hosil qilamiz. Uning yechimlari $x_1 = 4$ va $x_2 = -1$. $x_2 = -1$ yechim $\sqrt{3x+4} = x$ tenglama uchun chet ildizdir, chunki u tenglamani qanoatlantirmaydi.

2-usul. $[\sqrt{3x+4}]^2 = [x]^2 \Rightarrow [3x+4 = x^2] \Rightarrow \{[x^2 - (3x+4)] = 0\} \Rightarrow (x - \sqrt{3x+4})(x + \sqrt{3x+4}) = 0$

1) Agar $x - \sqrt{3x+4} = 0$ bo'lsa, $x + \sqrt{3x+4} \neq 0$ bo'ladi, bundan $x = \sqrt{3x+4}$ berilgan tenglama hosil bo'ladi, buning yechimi $x = 4$ bo'ladi.

2) Agar $x + \sqrt{3x+4} = 0$ bo'lsa, $x - \sqrt{3x+4} \neq 0$ bo'ladi, bundan $x = -\sqrt{3x+4}$ bo'ladi, buning yechimi $x = -1$ dir.

Demak, $\sqrt{3x+4} = x$ tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarish natijasida $x = -1$ chet ildiz hosil bo'ladi, $x=4$ esa uning haqiqiy yechimi bo'ladi.

Irratsional tenglamalar yangi o'zgaruvchilar kiritish usuli bilan ham yechiladi.

5-misol. $\sqrt[5]{(x-5)^2} - \sqrt[5]{x-5} = 6$ tenglamani yeching.

Yechish: Bu tenglamaning aniqlanish sohasi $(-\infty, +\infty)$. Agar $\sqrt[5]{x-5} = y$ deb belgilasak, tenglama $y^2 - y - 6 = 0$ ko'rinishga keladi. Bu tenglama $y_1 = 3$ va $y_2 = -2$ yechimlarga ega. Bunga ko'ra $(\sqrt[5]{x-5} = 3) \Rightarrow (\sqrt[5]{x-5})^5 = 3^5$; $x-5 = 243$; $x = 248$. $\sqrt[5]{x-5} = -2$ tenglama aniqlanish sohasiga tegishli bo'lgan ildizga ega. Demak, $x_1 = 248$, $x_2 = -27$ tenglamaning yechimi bo'lar ekan.

6-misol. $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20} = 8$ tenglama yechilsin.

Yechish:

1. Aniqlanish sohasini topamiz: $x+4 \geq 0$ va $x+20 \geq 0$, bulardan $x \geq -4$ va $x \geq -20$ bo'ladi. Bundan $x \geq -4$ qiymat olinadi.

2. Berilgan tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'taramiz:

$$\begin{aligned} (\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20})^2 &= 8^2, \\ x+4 + 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{x+20} + x+20 &= 64, \\ 2x + 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{x+20} &= 40, \\ (\sqrt{(x+4) \cdot (x+20)})^2 &= (20-x)^2, \\ (x+4) \cdot (x+20) &= 400 - 40x + x^2, \\ x^2 + 24x + 80 &= 400 - 40x + x^2, \\ 64x &= 320, \\ x &= 5. \end{aligned}$$

Bu tenglamani yana quyidagi usul bilan ham yechish mumkin:

$$\begin{aligned} (\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20})^2 &= 8^2, \\ [(\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20})^2 - 8^2] &= 0, \\ [(\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20}) - 8][(\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20}) + 8] &= 0. \end{aligned}$$

1) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20} = 8$, buning yechimi $x = 5$.

2) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20} = -8$, bu tenglama yechimga ega emas.

7-misol. $\sqrt{x-1} = x-a$ tenglama yechilsin.

Yechish: Berilgan tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$x-1 - \sqrt{x-1} + 1 - a = 0$$

Agar bu tenglamada $\sqrt{x-1} = y$ desak, $x-1 = y^2$ bo'ladi, u holda tenglamani quyidagicha yozish mumkin: $y^2 - y + 1 - a = 0$,

$$\begin{aligned} y_{1,2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - (1-a)} = \\ &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1-4+4a}{4}} = \\ &= \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{4a-3}}{2}; \\ y_1 &= \frac{1+\sqrt{4a-3}}{2}; \\ y_2 &= \frac{1-\sqrt{4a-3}}{2}. \end{aligned}$$

$$x-1 - \sqrt{x-1} + 1 - a = 0 \quad \text{tenglama} \quad \text{faqat}$$

$a \geq \frac{3}{4}$ bo'lgandagina, yechimga ega bo'ladi, ya'ni:

$$\begin{aligned} \sqrt{x-1} &= \frac{1-\sqrt{4a-3}}{2}, \\ \sqrt{x-1} &= \frac{1+\sqrt{4a-3}}{2}. \end{aligned}$$

$$\sqrt{x-1} = \frac{1-\sqrt{4a-3}}{2} \quad \text{tenglama} \quad 1 - \sqrt{4a-3} \geq 0$$

bo'lganida yechimga ega bo'ladi.

$$\sqrt{x-1} = \frac{1-\sqrt{4a-3}}{2} \quad \text{va} \quad \sqrt{x-1} = \frac{1+\sqrt{4a-3}}{2} \quad \text{ni yechsak,}$$

$\frac{3}{4} \leq a \leq 1$ tengsizlik hosil bo'ladi, u holda tenglama quyidagi ko'rinishdagi ikkita haqiqiy har xil yechimga ega bo'ladi:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{2a+1+\sqrt{4a-3}}{2}, \\ x_2 &= \frac{2a+1-\sqrt{4a-3}}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Agar } a > 1 \text{ bo'lsa, tenglama } x_{1,2} = \frac{2a+1-\sqrt{4a-3}}{2}$$

yechimga ega bo'ladi, agar $a < \frac{3}{4}$ bo'lsa, tenglama yechimga ega bo'lmaydi.

8-misol. Tenglamalar sistemasi yechilsin:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{5}{6} \sqrt{xy}, \\ x + y = 13 \end{cases}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{5}{6} \sqrt{xy}$$

Yechish: Sistemadagi tenglamaning har ikki tomonini kvadratga ko'tarib, ayniy almashtirishlarni bajarish orqali ratsional tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$x + y + 2\sqrt{xy} = \frac{25}{36} xy$$

$$x + y = 13 \text{ bo'lgani uchun } 13 + 2\sqrt{xy} = \frac{25}{36} xy$$

bo'ladi. $25xy - 72\sqrt{xy} - 468 = 0$. Agar $\sqrt{xy} = t$ desak, $25t^2 - 72t - 468 = 0$ bo'ladi, bundan $t_1 = 6$ va $t_2 = -\frac{78}{25}$ ildizlarni hosil qilamiz. $\sqrt{xy} = 6$ bo'lsa, $xy = 36$ bo'ladi:

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ xy = 36 \end{cases}$$

bu sistemani yechamiz: $x = 13-y$, $(13-y)y = 36$; $y^2 - 13y + 36 = 0$;

$$y_{1,2} = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4} - 36} = \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2}.$$

$$\text{Javob: } y_1 = 9, y_2 = 4, x_1 = 4, x_2 = 9.$$

9-misol.
$$\begin{cases} x + y - \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \frac{12}{x-y} \\ xy = 15 \end{cases}$$
 tenglamalar sistemasi yechilsin.

Yechish: $\frac{x+y}{x-y} \geq 0$ bo'lsa, ikki hol bo'lishi mumkin:

a) $x > 0, y > 0, x > y$, u holda
$$x + y - \sqrt{\frac{x^2-y^2}{(x-y)^2}} - \frac{12}{x-y} = 0 \quad \text{yoki} \quad x^2 - y^2 - \sqrt{x^2 - y^2} - 12 = 0.$$

Endi $\sqrt{x^2 - y^2} = t$ desak,

$$t^2 - t - 12 = 0; \quad t_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 12} = \frac{1}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$t_1 = 4, t_2 = -3$, shuning uchun $\sqrt{x^2 - y^2} = 4$, bundan $x^2 - y^2 = 16$ bo'ladi. Shuning uchun

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ xy = 15 \end{cases}$$

ratsional tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi. Bu sistemani yechib, $x = \pm 5, y = \pm 3$ yechimlarni hosil qilamiz.

b) $x < 0, y < 0$ va $x < y$ bo'lsa, tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x + y - \frac{\sqrt{x^2-y^2}}{-(x-y)} - \frac{12}{x-y} = 0,$$

$$x^2 - y^2 + \sqrt{x^2 - y^2} - 12 = 0,$$

$$\sqrt{x^2 - y^2} = t, \quad t^2 + t - 12 = 0,$$

$$t_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 12} = -\frac{1}{2} \pm \frac{7}{2};$$

$$t_1 = 3, t_2 = -4.$$

$$\sqrt{x^2 - y^2} = 3 \quad \text{yoki} \quad x^2 - y^2 = 9.$$

Natijada

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 9, \\ xy = 15. \end{cases}$$

sistemani hosil qilamiz. Bu sistemani yechib,

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{981+9}{2}}, \quad y_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{981-9}{2}},$$

yechimlarni hosil qilamiz.

10-misol. Sistemani yeching:

$$\begin{cases} \frac{2xy + y\sqrt{x^2 - y^2}}{14} = \sqrt{\frac{x+y}{2}} + \sqrt{\frac{x-y}{2}}, \\ \sqrt{\left(\frac{x+y}{2}\right)^3} + \sqrt{\left(\frac{x-y}{2}\right)^3} = 9, \end{cases}$$

Yechish:

$$\sqrt{\frac{x+y}{2}} = u, \quad \sqrt{\frac{x-y}{2}} = v$$

desak,

$$\sqrt{x^2 - y^2} = 2uv,$$

$$x = u^2 + v^2, \quad y = u^2 - v^2$$

bo'ladi, bularga ko'ra

$$\begin{cases} 2(u^4 - v^4) + 2uv(u^2 - v^2) = 14(u + v), \\ u^3 + v^3 = 9. \end{cases}$$

bo'ladi. Sistemadagi birinchi tenglamaning har ikkala tomonini $u + v \neq 0$ ga bo'lamiz:

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = 9 \\ u^3 - v^3 = 7 \end{cases}$$

Buni yechsak, $u^3 = 8$ va $v^3 = 1$ yechimlar hosil bo'ladi.

U holda

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{2}} = 2, \\ \sqrt{\frac{x-y}{2}} = 1 \end{cases} \quad \text{yoki} \quad \begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

bundan $x = 5$ va $y = 3$ yechimlar hosil bo'ladi.

Xulosa va takliflar. Yuqorida keltirilgan tahlillar shuni ko'rsatadiki, irratsional tenglamalar va ularning sistemalarini yechish nafaqat matematik bilimlarning nazariy asoslarini mustahkamlash, balki o'quvchilarda mantiqiy, tahliliy va mustaqil fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirishda ham muhim o'rin tutadi. Ushbu turdagi tenglamalar bilan ishlash o'quvchilarning matematik tafakkurini shakllantirish, ularni aniq fikrlashga, isbotlash va tahlil qilishga o'rgatadi.

Irratsional tenglamalarni yechishda o'qituvchi tomonidan aniqlanish sohasini to'g'ri topish, tenglama tomonlarini bir xil darajaga ko'tarish, ratsionallashtirish hamda yangi o'zgaruvchilar kiritish kabi metodik usullardan to'g'ri foydalanish o'quv jarayonining samaradorligini oshiradi. Bunday yondashuv o'quvchilarda o'rganilgan bilimlarni turli sharoitlarda qo'llay olish malakasini shakllantiradi va ularni mustaqil izlanishga undaydi. Algebra darslarida irratsional tenglamalarni o'rganishda o'quvchilarni mustaqil tahlil va mantiqiy fikrlashga yo'naltiruvchi muammoli topshiriqlardan keng foydalanish tavsiya etiladi. Irratsional tenglamalar mavzusini o'qitishda fanlararo bog'liqlikka e'tibor qaratish, xususan, fizik va texnik jarayonlar bilan integratsiyalash o'quvchilarning bilimini chuqurlashtiradi. O'quvchilarni chet ildizlar va xatoliklarni aniqlashga o'rgatish orqali ularning tahliliy tafakkurini rivojlantirish, natijada masalalarni yechishda aniqlik va mantiqiylikni mustahkamlash zarur.

Mazkur maqolada keltirilgan yondashuvlar umumta'lim maktablarida algebra fanini o'qitish jarayonida irratsional tenglamalarni o'rgatish metodikasini yanada takomillashtirishga, darslarning interaktivligini oshirishga hamda o'quvchilarda matematik tafakkurni chuqurlashtirishga xizmat qiladi.

ADABIYOTLAR

1. Yo'ldoshev S.H., Egamberdiyev T., Abdurahmonov A. "Algebra: metodik qo'llanma". – T.: "O'qituvchi", 2019.
2. Toshpo'latova S. Algebraik bilimlar tizimida tenglama tushunchasi. // "Pedagogik izlanishlar". – 2021 №3-soni.
3. Сканива М.И. «Сборник задач по элементарной математике». – М.: «Наука», 2001.
4. Вентцель Е.С. «Задачи и упражнения по математике». – М.: «Наука», 1990.
5. Федосова М.А. «Методика преподавания алгебры». – М.: «Академия», 2014.
6. Polya G. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. – Princeton University Press, 1957.
7. Skemp R. The Psychology of Learning Mathematics. – Penguin Books, 1971.