УДК 517.55

ЛИНЕЙНАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА ПРЕСЛЕДОВАНИЯ С ИМПУЛЬСНЫМИ УПРАВЛЕНИЯМИ

Мамадалиев Н. А.
Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Институт математики, им. В.И.Романовского, Ташкент
m_numana59@mail.ru
Мустапокулов Х. Я.
Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, Международный университет Нордик,
m_hamdam@mail.ru

РЕЗЮМЕ

В данной работе изучаются линейные дифференциальные игры преследования с импульсными управлениями на управление игроков. Эти импульсные воздействия на объект осуществляются в заранее заданных моментах времени, и соответствующие управления представляются при помощи дельта-функции Дирака. Разработан аналог третьего метода задачи преследования и применен для решения поставленной задачи. В основу исследования положены основные идеи метода разрешающих функций.

Ключевые слова: преследование, преследователь, убегание, убегающий, разрешающая функция, терминальное множество, управление, запаздывание, дифференциальная игра, импульсное управление.

1. Введение. Постановка задачи и основные результаты

Исследование теории дифференциальных уравнений с аддитивно входящими обобщенными функциями, в частности, дельта-функцией Дирака, в значительной степени вызвано многочисленными приложениями в теории оптимального управления и теории дифференциальных игр [1-7]. К настоящему времени эта теория всесторонне разработана, а в монографии [8] доказаны важные теоремы теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью.

В работе [3] рассмотрены линейные дифференциальные игры преследования с импульсным управлением и геометрическим ограничением на управление игроков и на их комбинации. Для решения поставленной задачи преследования применяя метод разрешающих функций. В явном виде указаны условия нахождения гарантированного времени и построение управления преследующего игрока для завершения преследования. Одной из отличительных черт данной работы является то, что полученные результаты работы перенесены на третьему методу задачи преследования. Полученные результаты проиллюстрированы на конкретному примеру так называемую игру *"простое преследование-уклонение"*.

Работа [4] продолжает изучение игры, рассмотренной в работе [3]. Для дифференциальной игры преследования предлагаются достаточные условия для возможности завершения преследования, когда один из игроков применяет управление импульсного характера, а другой - управление с интегральным ограничением. Различаются два случая в зависимости от выбора игроками управлений из разных классов допустимых управлений. С использованием идей работы [3] в обоих случаях приводятся достаточные условия обеспечивающие из заданной начальной положении z_0 возможности завершения преследования за конечное время.

Работа [5] посвящена изучению игровых задач с точки зрения о возможности завершения преследования или о возможности убегания для заданной начальной точки z_0. При этом на управление преследователя накладывается интегральное ограничение, а управление убегающего игрока имеет импульсный характер. Эти импульсные воздействия на объект осуществляются в заранее заданных моментах времени, и соответствующее управление представляется при помощи дельта-функции Дирака. Для решения поставленной задачи применяется метод разрешающих функции [16]. Рассмотрены два взаимно исключающиеся случаи, в первом случае из всех начальных точек нельзя осуществить поимку, а во втором существует открытый шар, из точек которого можно осуществить поимку, из точек дополнения этого шара нельзя осуществить поимку.

В работе [6] рассмотрены игровые задачи с точки зрения завершения преследования за конечное время. При этом воздействие на объект управление игроков имеет характер импульсного или интегрального ограничения. Пользуясь идеями работ [3], доказываются теоремы с достаточными условиями для завершения преследования из заданной точки за конечное время. Одной из отличительных черт данной работы является то, что преследующий игрок применяет стратегии из более узкого класса, а именно, стробоскопического. В конце работы приведен пример с нелинейной правой частью для иллюстрации результата.

В работе [9] рассмотрена задача управления объектом, описываемая функционально-дифференциальной системой с последействием общего вида с целью доставления предписанного значения заданному векторному функционалу. При этом воздействие на объект осуществляется импульсно, в заранее заданных моментах времени, тем самым траектория терпит разрыв первого рода.

В данной статье рассмотрена линейная дифференциальная игра описываемая системой линейных дифференциальных уравнений с точки зрения завершения преследования за конечное время. При этом классами допустимых управлений игроков являются импульсные функции. Эти импульсные воздействия на объект осуществляются в заранее заданных моментах времени, и соответствующее управление представляется при помощи дельта-функции Дирака. Пользуясь идеями работ [3], доказываются теоремы с достаточными условиями для завершения преследования из заданной точки за конечное время. Для решения поставленной задачи применяется метод разрешающей функции [16]. Теоретические результаты иллюстрируются на примере игры преследования с простым движением.

В пространстве $\mathbb{R}^m$, рассматривается линейная дифференциальная игра, описываемая системой линейных дифференциальных уравнений [3-6]

$$\dot{z} = Az - u + v,\ t \geq 0,\ \ z \in \mathbb{R}^m, \tag{1.1}$$

где z — фазовый вектор, A — постоянная квадратная $(m\times m)$ матрица, u, v — параметры управления преследующего и убегающего игроков, соответственно. Структура управлений игроков будет оговорена ниже в каждом из рассматриваемых случаев. В случае, когда первый и второй игрок принимают импульсные управления, мгновенным значением управления являются векторы из множеств P и Q, соответственно. При этом P, Q — непустые компактные подмножества в $\mathbb{R}^m$, терминальное множество M представляется цилиндром вида

$$M = M_0 + M_1, \tag{1.2}$$

где M_0 — линейное подпространство пространства $\mathbb{R}^m$, M_1 — выпуклое замкнутое подмножество подпространства L, где L — ортогональное дополнение к подпространству M_0 в $\mathbb{R}^m$ (т.е. $M_0 \oplus L = \mathbb{R}^m$).

Задача преследования состоит в том, чтобы определенным образом выбирая допустимое управление u, за конечное время вывести траекторию системы (1.1) на терминальное множество M. Задача убегающего игрока состоит в том, чтобы по возможности оттянуть окончание игры.

Пусть $\{\tau_i\}_{i=1}^{\infty}$ последовательность моментов времени, занумерованных в порядке возрастания ($\tau_0 < \tau_1 < ... < \tau_k < ...$), (не имеющая конечных точек сгущения) удовлетворяющая следующему условию.

Условие 1.1. Любой компактный отрезок вида $[a, b]$ содержит конечное число точек этой последовательности.

Предположим, что классом допустимых управлений преследующего и убегающего игроков являются множество импульсных функций, которые выражаются через дельта-функций Дирака

$$u(t) = \sum_{i=1}^{\infty} u_i \delta(t - \tau_i),\ \ v(t) = \sum_{i=1}^{\infty} v_i \delta(t - \tau_i), \tag{1.3}$$

где векторы скачков преследователя $u_i\,(i \in N)$ принадлежат компакту P, $P \subset \mathbb{R}^m$, а векторы скачков убегающего игрока $v_i\,(i \in N)-$ компакту Q, $Q \subset \mathbb{R}^m$.

В этом случае задача преследования заключается в том, чтобы для данной начальной положении $z_0 \notin M$ определить достаточные условия, при выполнении которых для произвольного допустимого управления (из класса допустимых управлений убегающего) убегающего игрока, используя разрешенные информации, можно будет построить управление $u(\cdot)$ из класса допустимых управлений преследователя так, чтобы соответствующую траекторию $z(t)$, $t \geq 0$, системы (1.1), исходящая из начального положения $z_0 \notin M$, можно перевести на терминальное множество M за конечное время.

В данной работе для исследования игровой задачи (1.1), (1.2), мы ограничимся привлечением аппарата импульсных управлений. Напомним, что импульсное воздействие в момент τ описывается с помощью сингулярной обобщенной функцией Дирака $\delta(t-\tau)$ [3,4], которая определяется следующим образом:

$$(\delta, f) = \int\limits_a^b f(t)\delta(t-\tau)dt = \begin{cases} f(\tau) & \text{при } \tau \in [a,b], \\ 0 & \text{при } \tau \notin [a,b], \end{cases}$$

для любой непрерывной функции $f(t)$ на отрезке $[a,b]$, τ — некоторое фиксированное число.

2. Решение задачи

Согласно [8], если управления игроков имеют вид (1.3), то при любом начальном положении z_0 система (1.1) имеет единственное решение, которое является абсолютно непрерывным на интервалах (τ_{i-1}, τ_i), $i \in N$.

Из формулы Коши для управляемого процесса (1.1) следует представление [3]

$$z\,(t) = e^{tA}z_0 - \sum_{i=1}^{n(t)} e^{(t-\tau_i)A}[u_i - v_i], \tag{2.1}$$

Анализ задач импульсного управления усложняется тем, что в моменты времени $\{\tau_i\}$ траектории управляемой системы (1.1) могут иметь разрывы первого рода.

Цель настоящей работы - найти новые достаточные условия при выполнении которых из начального положения $z_0 \notin M$ (см.(1.2)) догоняющий может гарантировать завершение преследования при любом допустимом поведении убегающего игрока за конечное время.

Пусть n — произвольная натуральное число и $M(r)$, $0 \leq r \leq \tau_n$ — произвольное компоктнозначное многозначное отображение, удовлетворяющее условию $\int\limits_0^{\tau_n} M(r)dr \subset M_1$. Пусть $v(t)$, $t \geq 0$ — допустимое управление убегающего игрока.

Рассмотрим множества [3,4]

$$\widehat{W}_i(n, M_i(n), v_i) = \Big[M_i(n) + \pi e^{(\tau_n-\tau_i)A}P\Big] - \pi e^{(\tau_n-\tau_i)A}v_i, \tag{2.2}$$

$$W_i(n, M_i(n)) = \bigcap_{v_i \in Q[\tau_i, \tau_{i+1}]} \widehat{W}_i(n, M_i(n), v_i) = \Big[M_i(n) + \pi e^{(\tau_n-\tau_i)A}P\Big] \underline{*} \; \pi e^{(\tau_n-\tau_i)A}Q, \tag{2.3}$$

$$W_i(n) = \bigcup_{M_i(\cdot)} W_i(n, M_i(n)), \tag{2.4}$$

где $M_i(n) = \int\limits_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} M(r)dr,\ i = 1, 2, ..., n.$

Под интегралом однозначных или многозначных функции (многозначного отображения (см. (2.2), (2.3)) понимается ее интеграл Лебега [11].

Предположение 2.1. *Множества $W_i(n)$ непусты при всех n, $n \in N$, $i = 1, ..., n$.*

В силу предположения 2.1 мы можем выбрать из каждого множества $W_i(n)$ некоторый элемент $\omega_i(n)$. Зафиксируем некоторый набор $\omega = \omega(n) = \{\omega_i(n)\}_{i=1}^n$ и положим

$$\xi[n, z_0, w] = \pi e^{(\tau_n - \tau_0)A} z_0 - \sum_{i=1}^{n} w_i(n).$$

Введем функции

$$\tilde{\lambda}_i(n, z_0, v_i, \omega) =$$

$$= \begin{cases} \sup\Big\{\lambda \geq 0 : \lambda\xi[n, z_0, \omega] \in \widehat{W}_i(n, M_i(n), v_i) - w_i(n)\Big\} & \text{при } \xi[n, z_0, \omega] \neq 0, \\ {\tau_n}^{-1} & \text{при } \xi[n, z_0, \omega] = 0, \end{cases} \tag{2.5}$$

где $v_i \in Q[\tau_{i-1}, \tau_i]$, $i = 1, 2, ..., n$.

Через k обозначим следующее число

$$k = k(n, z_0, v(\cdot), \omega) = \min\Big\{j \in \{1, 2, \cdots, n\} : \sum_{i=1}^{j} \tilde{\lambda}_i(n, z_0, v_i, \omega) \geq 1\Big\}, \tag{2.6}$$

если неравенство в фигурных скобках не выполняется ни при одном j, $j \in \{1, 2, \cdots, n\}$, то будем положит $k = n + 1$. Определим разрешающие функции [16]

$$\lambda_i(n, z_0, v_i, \omega) = \begin{cases} \tilde{\lambda}_i(n, z_0, v_i, \omega) & \text{при } i = 1, 2, \cdots, k-1, \\ 1 - \sum_{j=1}^{k-1} \tilde{\lambda}_j(n, z_0, v_i, \omega) & \text{при } i = k, \\ 0 & \text{при } i = k+1, \cdots, n. \end{cases} \tag{2.7}$$

Введем также функцию

$$N(z_0, w) = min\Big\{n \in N : \sum_{i=1}^{n} \inf_{v_i} \lambda_i(n, z_0, v_i, w) = 1\Big\}. \tag{2.8}$$

Если равенство в фигурных скобках не выполняется ни при одном n, то положим $N(z_0, w) = +\infty$.

Теорема 2.1. *Если для системы (1.1) при импульсном управлении игроков (1.3) выполнено предположение 2.1, множества M_1 и P выпуклы, $N(z_0, w) < +\infty$ для начального состояния z_0 и некоторого набора w, то траектория системы (1.1) может быт приведена из начального состояния z_0 на терминальное множество M в момент $\tau_{N(z_0,w)}$.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Положим $N = N(z_0, \omega)$ и зафиксируем некоторый набор векторов v_i, $v_i \in Q$.

Рассмотрим вначале случай, когда $\xi[N, z_0, \omega] \neq 0$. Обозначим $\mathcal{K} = k[N, z_0, v(\cdot), \omega]$ тогда, согласно (2.6) и (2.7),

$$\sum_{i=1}^{\mathcal{K}} \lambda_i(N, z_0, v_i, \omega) = 1.$$

Для $i = 1, ..., \mathcal{K}$ будем выбирать векторы скачков u_i так, чтобы выполнялись равенства

$$m_i(N) + \pi e^{(\tau_n - \tau_i)A}[u_i - v_i] = \lambda_i(N, z_0, v(t), \omega)\xi[N, z_0, \omega] + w_i(N), \tag{2.9}$$

где $m_i(N) \in M_i(N)$.

А для $i = \mathcal{K} + 1, ..., N$ в качестве векторов скачков u_i будем выбирать решения уравнений

$$m_i(N) + \pi e^{(\tau_n - \tau_i)A}[u_i - v_i] = w_i(N). \tag{2.10}$$

В силу предположения 2.1 существует одно или много решений уравнений (2.9), (2.10).

Из формулы Коши для системы (1.1) и свойств дельта-функции, получаем представление

$$\pi z\left(\tau_N\right)=\pi e^{(\tau_n-\tau_0)A}z_0-\sum_{i=1}^{N}\pi e^{(\tau_n-\tau_i)A}[u_i-v_i]. \tag{2.11}$$

Вычтем и прибавим из правой части уравнения (2.11) величину $\sum_{i=1}^{N}w_i(N)$. Тогда, учитывая выпуклость множества M_1 и закон выбора управления преследователем (2.9)-(2.10), получим равенство

$$\pi z(\tau_N)=\pi e^{(\tau_n-\tau_0)A}z_0-\sum_{i=1}^{N}w_i(N)-\sum_{i=1}^{N}\Big(\pi e^{(\tau_n-\tau_i)A}[u_i-v_i]-w_i(N)\Big)=$$

$$=\xi[N,z_0,\omega]-\sum_{i=1}^{\mathcal{K}}\Big[\lambda_i(N,\varphi(\cdot),v_i,\omega)\xi[N,\varphi(\cdot),\omega]-m_i(N)\Big]+\sum_{i=\mathcal{K}+1}^{N}m_i(N)=$$

$$=\xi[N,z_0,\omega]\Big(1-\sum_{i=1}^{\mathcal{K}}\lambda_i(N,z_0,v_i,\omega)\Big)+\sum_{i=1}^{N}m_i(N)\in\sum_{i=1}^{N}M_i(N)=\int_0^{\tau_N}M(r)dr\subset M_1,$$

которое эквивалентно включению $z(\tau_N)\in M$.

Пусть теперь $\xi\Big[N,z_0,\omega\Big]=0$. В качестве векторов скачков u_i для всех $i=1,...,N$ будем выбирать решения уравнения (2.10).

$$\pi z\left(\tau_N\right)=\pi e^{(\tau_n-\tau_0)A}z_0-\sum_{i=1}^{N}\pi e^{(\tau_n-\tau_i)A}[u_i-v_i]=$$

$$=\pi e^{(\tau_n-\tau_0)A}z_0-\sum_{i=1}^{N}w_i(N)+\sum_{i=1}^{N}m_i(N)\in\xi\Big[N,z_0,\omega\Big]+\sum_{i=1}^{N}M_i(N)=\int_0^{\tau_N}M(r)dr\subset M_1$$

Таким образом, в момент времени τ_N, для начального положения $z_0\notin M$, имеет место включение $\pi z(\tau_N)\in M_1$, что равносильно включению $z(\tau_N)\in M$. Теорема 2.1 доказана. □

3. Пример

Конфликтно управляемый процесс задается уравнением [5]

$$\dot z=az-u+v, \tag{3.1}$$

где $a-$ действительное отрицательное число, $z,u,v\in\mathbb{R}^m$. Предположим, что $M=lS$, $P=\rho S$, $Q=\sigma S$, где l, ρ и $\sigma-$ неотрицательные числа, $S-$ единичный шар с центром в начале координат пространства $\mathbb{R}^m$. Тогда $M_0=\{0\}$ и $M_1=lS$. Поэтому $L=\mathbb{R}^m$, $\pi-$ тождественный (единичный) оператор. Так как $A=aE$, где $E-$ единичная матрица порядка $m\times m$, то фундаментальная матрица имеет вид $e^{tA}=e^{at}E$.

Предположим, что точки τ_i расположены равномерно с периодом Δ, т.е. $\tau_i=i\Delta$, тогда управления обоих игроков (как преследователя, так и убегающего) носят импульсный характер и имеют вид:

$$u(t)=\sum_{i=1}^{\infty}u_i\delta(t-i\Delta),\ \ u_i\in\rho S,\ v(t)=\sum_{i=1}^{\infty}v_i\delta(t-i\Delta),\ \ v_i\in\sigma S. \tag{3.2}$$

Пусть $n-$ произвольное натуральное число и $M(r)=\frac{l}{n\Delta}S$, $0\le r\le n\Delta$, $M_i(n)=\int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i}M(r)dr$, $i=1,2,...,n$. Согласно (2.2), (2.3), (2.4) имеем

$$\widehat{W}_i(n,M_i(n),v_i)=\Big(\frac{l}{n}+e^{a(n-i)\Delta}\rho\Big)S-e^{a(n-i)\Delta}v_i,$$

$$W_i(n, M_i(n)) = \Big(\frac{l}{n} + e^{a(n-i)\Delta}\rho\Big) S \underline{*} e^{a(n-i)\Delta}\sigma S.$$

В дальнейшем предполагается выполненным неравенство $\rho \geq \sigma$. Тогда

$$W_i(n) = \Big(\frac{l}{n} + e^{a(n-i)\Delta}(\rho - \sigma)\Big) S.$$

Таким образом, если справедливо неравенство $\rho > \sigma$, то предположение 2.1 будет выполнено. При этом $0 \in W_i(n)$ при всех i. Положим $\omega_i(n) \equiv 0$ для всех $i \in \{1, 2, ..., n\}$. Далее, пусть $z_0 \in \mathbb{R}^m \setminus M$. Ясно, что

$$\xi[n, z_0, \omega]) = e^{an\Delta} z_0 \neq 0. \tag{3.3}$$

Таким образом, имеем

$$\widetilde{\lambda}_i(n, z_0, v_i, \omega) = \sup\Big\{\lambda \geq 0 : \ \lambda\xi \in \Big(\frac{l}{n} + e^{a(n-i)\Delta}\rho\Big) S - e^{a(n-i)\Delta} v_i\Big\}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$\widetilde{\lambda}_i(n, z_0, v_i, \omega) =$$

$$= \frac{1}{\|\xi\|}\Big[-e^{a(n-i)\Delta}(\xi, v_i) + \sqrt{e^{2a(n-i)\Delta}(\xi, v_i)^2 + \|\xi\|^2\Big(\frac{l}{n} + e^{a(n-i)\Delta}\rho\Big)^2 - \|\xi\|^2 e^{2a(n-i)\Delta}\|v_i\|^2}\Big].$$

Нетрудно проверить, что

$$\inf_{v_i} \widetilde{\lambda}_i(n, z_0, v_i, \omega) = \frac{1}{\|\xi\|}\Big(\frac{l}{n} + e^{a(n-i)\Delta}(\rho - \sigma)\Big), \tag{3.4}$$

причем минимум достигается при $v_i = \sigma\frac{\xi}{\|\xi\|}$, для всех $i \in \{1, 2, ..., n\}$. Из (2.7), (3.3), (3.4) следует, что поимка может произойти в момент $\tau_{N(z_0, \omega)}$,

$$N(z_0, \omega) = \Big[\frac{1}{a\Delta} ln\Big|\Big(l + \frac{\rho - \sigma}{1 - e^{a\Delta}}\Big) / \Big(|z_0| + \frac{1}{1 - e^{a\Delta}}\Big)\Big|\Big] + 1,$$

здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x. А управления преследователей имеют вид

$$u_i = v_i + e^{-a(n-i)\Delta}\Big(\widetilde{\lambda}_i \xi - \frac{l}{n}\Big),$$

$i = 1, ..., N(z_0, \omega)$.

Утверждение 2.1. *Пусть $\rho \leq \sigma$. Можно показать, что если $z_0 \neq 0$, то из этой точки нельзя завершить преследование. При этом убегающему игроку предлагается управление вида $v(t) = \sum\limits_{i=1}^{\infty} v_i \delta(t - i\Delta), \ v_i \in \sigma S$ с $v_i = \sigma\frac{\xi}{\|\xi\|}$.*

Доказательство. Если $z_0 \neq 0$, то положим $\xi = \xi[n, z_0, \omega] \neq 0$.

Предположим, что $\rho \leq \sigma$ и преследователь выбирает управление (1.3), а убегающему игроку предлагается управление вида

$$v(t) = \sum_{i=1}^{\infty} v_i \delta(t - i\Delta), \ \ v_i \in \sigma S, \ \ v_i = \sigma\frac{\xi}{\|\xi\|}.$$

Если преследователь использовал допустимое управление $u(s)$, $0 \leq s \leq n\Delta$, то для соответствующего решения уравнения (3.1) имеем

$$z(n\Delta) = e^{an\Delta} z_0 - \sum_{i=1}^{n} e^{a(n-i)\Delta}[u_i - v_i] =$$

$$= \xi - \sum_{i=1}^{n} e^{a(n-i)\Delta}\Big[u_i - \sigma\frac{\xi}{\|\xi\|}\Big].$$

Отсюда, используя неравенство Коши-Буняковского, получим

$$\|z(n\Delta)\| \geq \left\|\xi + \sigma\frac{\xi}{\|\xi\|}\sum_{i=1}^{n} e^{a(n-i)\Delta} - \sum_{i=1}^{n} e^{a(n-i)\Delta}u_i\right\| \geq$$

$$\geq \left\|\xi + \sigma\frac{\xi}{\|\xi\|}\sum_{i=1}^{n} e^{a(n-i)\Delta}\right\| - \left\|\rho\sum_{i=1}^{n} e^{a(n-i)\Delta}\right\| \geq$$

$$\geq \|\xi\| + (\sigma-\rho)\sum_{i=1}^{n} e^{a(n-i)\Delta} \geq \|\xi\| > 0,$$

так как $\rho \leq \sigma$. Значит, $\|z(n\Delta)\| > 0$. Это неравенство означает, что из точки $z_0 \neq 0$ нельзя завершить преследование. □

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука. 1968.

2. Красовский Н.Н.,Третьяков В.Е. К задаче о преследовании в случае ограничении на импульсы управляющих сил// Дифференциальные уравнения. 1966. II(5). С. 587 – 599.

3. Чикрий А.А., Матичин И.И. Линейные дифференциальные игры с импульсным управлением игроков // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2005. 11:1. 212-224.

4. Тухтасинов М. Линейная дифференциальная игра преследования с импульсными и интегрально-ограниченными управлениями игроков // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2016. 22:3. 273-282.

5. Мамадалиев Н., Хайиткулов Б.Х. Полное решение одного класса дифференциальных игр преследования с интегральными ограничениям и импульсным управлением // Известия вузов. Математика. 2022. №3. С. 28–37. http://mi.mathnet.ru/ivm9757

6. Абдуалимова Г.М., Мамадалиев Н.А., Тухтасинов М. Достаточные условия разрешимости задачи преследования при импульсном воздействии // Журнал Выч.мат. и мат.физики. 2023. том 63. №7. С. 1073-1083. https://doi.org/10.31857/S0044466923070025

7. Мустапокулов Х.Я., Мамадалиев Н.А. Построение п-стратегий в игре простого преследования-убегания с импульсным управлением // Вестник НУУз. 2024. 2/2.1. С. 164-175.

8. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука. 1985.

9. Максимов В.П. Управление функционально-дифференциальной системой в условиях импульсных возмущений // Изв. вузов. Матем. 2013. 9. 70-74.

10. Белоусов А.А. Дифференциальные игры с интегральными ограничениями и импульсными управлениями // Доклады НАН Украины. 2013. №11. С. 37–42.

11. Понтрягин Л.С. Избранные научные труды. Т. 2. - М.: Наука, 1988. - 575 с.

12. Мамадалиев Н.А., Мустапокулов Х.Я, Абдуалимова Г.М. Метод разрешающих функций для решения задачи преследования с интегральными ограничениями на управления игроков // Вестн.Удмурдск.ун-та. Матем. Мех.Компьют.науки. 2023. Т.33. Вып.1. С. 103–118. DOI: 10.35634/vm 230107

13. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наукова думка, 1992, 384 с.

14. Беллман Р., Кук К. Дифференциально - разностные уравнения. М.: Мир, 1967. 254 с.

15. Хейл Дж. Теория функциально-дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1984.

16. Варга Дж. Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями. М.:Наука, 1977. 624 с.

17. Колмогоров А.Н.,Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа, М.:Наука, 1972. 496 с.

REZYUME

Ushbu maqolada biz impuls boshqaruvli chiziqli differensial quvish o'yinini o'rganamiz. Bunda ikkala o'yinchining boshqaruvlari impuls xarakteriga ega bo'lib, bu Dirak delta funktsiyasi yordamida ifodalanadi. Quvish masalasi uchun uchinchi usulining analogi ishlab chiqilib, masalani yechish uchun qo'llanilgan. Tadqiqot hal qiluvchi funksiya kiritish yordamida o'rganilgan.

Kalit so'zlar: quvish, quvlovchi, qochish, qochuvchi, hal etuvchi funktsiya, terminal to'plam, boshqaruv, kechikish, differentsial o'yin, impuls ta'tirli boshqaruv.

RESUME

In this paper, we study linear differential pursuit games with impulse control on the players' control, i.e. the control action of both players has an impulse character, which is expressed using the Dirac delta function. An analogue of the third method of the pursuit problem is developed and applied to solve the problem. The study is based on the main ideas of the resolving function method.

Key words: pursuit, pursuer, evasion, evader, resolution function, terminal set, control, delay, differential game, impulse control.