УДК 517.55

ЗАДАЧИ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ-УБЕГАНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР ВТОРОГО ПОРЯДКА С ИМПУЛЬСНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Мустапокулов Х. Я.
Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Международный университет Нордик, Ташкент
m_hamdam@mail.ru

РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается игра преследования и убегания, описываемая дифференциальными уравнениями второго порядка с импульсным управлением. Оба игрока обладают импульсным управлением, которое воздействует на объект в заранее заданные моменты времени и моделируется с использованием дельта-функции Дирака. Для данного класса дифференциальных игр получено достаточное условие поимки при применении П-стратегии в задаче преследования. Кроме того, в задаче убегания показано, что побег возможен при использовании опредлённой стратегии убегающего игрока.

Ключевые слова: разрешающая функция, импульсное управление, дифференциальная игра, задача преследования, задача убегания, П-стратегия.

Введение

Основную теорию дифференциальных игр сформулировали Р. Айзекс [1], Л.С. Понтрягин [2], Н.Н. Красовский [3], Б.Н. Пшеничный [4], Л.А. Петросян [5], А.А. Чикрий [6], А.И. Субботин [7] и др.

В теории дифференциальных игр задачи преследования-убегания занимают особое место в силу ряда специфических качеств. Одним из них является широта применения различных методов и оригинальность получаемых результатов [1, 2, 4, 5, 8]. Это качество отчетливо проявилось в модельных задачах. Например, пример Р. Айзекса, названный "игрой с линией жизни"[1, Задача 9.5.1] с простой динамикой игроков, был решен Л.А. Петросяном, который ввел специальную стратегию [5], названную стратегией параллельного сближения (кратко, П-стратегия). В дальнейшем П-стратегия эффективно применялась для решения других видов игр преследования [6, 9-12]. Позднее А.А. Чикрий [6] разработал разрешающие функции на основе объединения идей П-стратегии и первого прямого метода Л.С. Понтрягина [2].

В работе [13-16] рассмотрены дифференциальные игры преследования с импульсным управлением и управлением с геометрическими и интегральными ограничениями. Методом разрешающих функций доказаны теоремы с достаточными условиями для завершения преследования за конечное время. Указаны способы нахождения гарантированного времени и управления преследующего игрока для завершения преследования. Полученные результаты применены к решению конкретных задач преследования.

В работах [17] рассмотрена задача преследования, в которой движения игроков описываются однотипными линейными дифференциальными уравнениями второго порядка — уравнениями Мещерского. Мгновенное отделение конечного количества массы топлива с постоянной по величине скоростью сводится к задаче с импульсным управлением. Указаны соответствующие управления игроков и оптимальное время завершения преследования. В [18] изучена дифференциальная игра преследования многих лиц с простыми нестационарными движениями каждого из игроков. С применением метода разрешающих функций доказывается теорема о поимке хотя бы одним из преследователей на основе импульсных контрстратегий. Доказывается аналогичная теорема при применении убегающим игроком импульсной стратегии.

В [19] рассматриваются игры преследования с простым движением, в которых игроки (преследователь, убегающий или оба) используют импульсные управления, воздействия на объект которых осуществляются в заранее заданных моментах времени, и соответствующее управление выражается при помощи дельта-функции Дирака. Для данного класса дифференциальных игр получены достаточные условия разрешимости задачи преследования и убегания.

1. Постановка задачи

Пусть в пространстве R^n управляемый объект P, называемый преследователем, гонится за другим объектом E, называемом убегающим. Вектор состояния преследователя обозначим x, вектор состояния убегающего через y, соответственно. В настоящей работе рассматривается задача преследования-убегания, динамические возможности которых описываются уравнениями [12]

$$P: \ \ddot{x} + a\dot{x} = u, \ x(0) = x_0, \ \dot{x}(0) = x_1, \tag{1.1}$$

$$E: \ \ddot{y} + a\dot{y} = v, \ y(0) = y_0, \ \dot{y}(0) = y_1, \tag{1.2}$$

где $x, \ y, \ u, \ v \in R^n$, $n \geq 2$, $a > 0$; $x_0, \ y_0-$ начальные состояния объектов, а $x_1, y_1{}^-$ их начальные векторы скоростей. При этом требуется, чтобы $x_0 \neq y_0$ и $x_1 = y_1$.

Предположим, что $\tau_i = i\Delta$, $i \in N_0 = N \cup \{0\}$, где $\Delta-$некоторый положительный период.

Классом допустимых управлений преследователя и убегающего игроков являются множество импульсных функции, которые выражаются при помощи дельта-функции Дирака [13-19]

$$u(t) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i \delta(t - i\Delta), \ u_i \in S_\rho, \ i \in N_0, \ t \geq 0; \tag{1.3}$$

$$v(t) = \sum_{i=0}^{\infty} v_i \delta(t - i\Delta), \ v_i \in S_\sigma, \ i \in N_0, \ t \geq 0, \tag{1.4}$$

где S_ρ, $S_\sigma-$ шары радиусов ρ и σ с центрами в начале координат, а ρ, $\sigma-$ неотрицательные фиксированные числа.

Управляющие функции $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$ игроков зависят от времени t, $t \geq 0$. Множество всех допустимых управляющих функций $u(\cdot)$ $(v(\cdot))$, обозначается через U (через V).

В силу уравнений (1.1)-(1.2) каждые пары $(x_0, u(\cdot))$, где $u(\cdot) \in U$, и $(y_0, v(\cdot))$, где $v(\cdot) \in V$, порождают траектории:

$$x(t) = x_0 + \frac{x_1}{a}(1 - e^{-at}) + \frac{1}{a}\int_0^t u(s)(1 - e^{-a(t-s)})ds,$$

$$y(t) = y_0 + \frac{y_1}{a}(1 - e^{-at}) + \frac{1}{a}\int_0^t v(s)(1 - e^{-a(t-s)})ds$$

соответственно. Тогда $x(t)-$ называется траекторией движения преследователя, а $y(t)-$траекторией движения убегающего.

Известно, что, если функции управления игроков P и E зависят только от времени t, $t \geq 0$, то они не гарантируют решения игр преследования и уклонения. Таким образом, допустимые типы управлений предполагают наличие стратегий. Ниже мы приведем основные определения и понятия.

Введем обозначения

$$z(t) = x(t) - y(t), \ z(0) = z_0 = x_0 - y_0, \ \dot{z}(0) = z_1 = x_1 - y_1. \tag{1.5}$$

Тогда, согласно (1.1), (1.2), (1.7), получаем начальную задачу

$$\ddot{z} + a\dot{z} = u - v, \tag{1.6}$$

$$z(0) = z_0, \ \dot{z}(0) = z_1 = 0. \tag{1.7}$$

Следовательно, в качестве альтернативы игре (1.1)-(1.2) нами была сформирована игра (1.6) или для краткости игра (U, V).

После подстановки в правую часть уравнения (1.6) допустимых управлений игроков получим систему с правой частью с аддитивно входящей обобщенной функцией. Согласно теореме 1 [20, §1, гл.1] эта система имеет решение при любом начальном условии (1.7) причем оно единственно и абсолютно непрерывно на интервалах (τ_{i-1}, τ_i), $i \in N$, где $N-$ множество натуральных чисел, а в моменты времени τ_i может иметь разрывы первого рода.

Определение 1.1. *Отображение* $\boldsymbol{u} : V \times R^n \to U$ *называется стратегией преследователя, если выполнены следующие условия:*

(1) Для каждого $v(\cdot) \in V$ *выполнено включение* $u(\cdot) = \boldsymbol{u}(v(\cdot), z_0) \in U$ *в некотором промежутке времени* $[0, T]$, *при этом, функция* $u(t) = \boldsymbol{u}(v(\cdot))$, $t \geq 0$ *называется реализацией стратегии* $\boldsymbol{u}(v(\cdot))$, $v(\cdot) \in V$.

(2) Если для $v_1(\cdot)$, $v_2(\cdot) \in V$ *выполнено равенство* $v_1(t) = v_2(t)$ *почти всюду на* $[0, T]$, *то* $u_1(t) = u_2(t)$ *почти всюду на* $[0, T]$, *где* $u_i(\cdot) = \boldsymbol{u}(v_i(\cdot), z_0)$, $i = 1, 2$.

Определение 1.2. *Стратегию* $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(v(\cdot), z_0)$ *принято называть стратегией параллельного преследования или П-стратегией, если для каждого* $v(\cdot) \in V$ *решение задачи Коши*

$$\ddot{z}(t) + a\dot{z}(t) = \boldsymbol{u}(v(t), z_0) - v(t),\ z(0) = z_0,\ \dot{z}(0) = 0$$

можно представить в виде

$$z(t) = \Lambda(t, v(\cdot))z_0,\ \Lambda(0, v(\cdot)) = 1,$$

где $\Lambda(t, v(\cdot))-$*некоторая скалярная непрерывная функция по* t, $t \geq 0$*; функцию* $\Lambda(t, v(\cdot))$ *в дальнейшем назовем функцией сближением в задаче преследования.*

Определение 1.3. *П-стратегия называется выигрышиной для преследователя в промежутке времени* $[0, T(\boldsymbol{u})]$ *в игре* (U, V), *начинающейся с* (z_0, z_1), *если для любого управления* $v(\cdot) \in V$ *существует некоторое время* $T^* \in T(\boldsymbol{u})$ *такое, что* $z(T^*) = 0$. *При этом, число* $T(\boldsymbol{u})$ *будем называть гарантированным временем преследования или поимки.*

Теперь мы рассмотрим игру (U, V) с точки зрения игрока E.

Определение 1.4. *Стратегия* $\boldsymbol{v}^*(\cdot) \in V$ *называется выигрышной для убегающего в игре* (U, V), *начинающейся с* (z_0, z_1), *если для любого управления* $u(\cdot) \in U$ *решение* $z(t)$ *задачи Коши*

$$\ddot{z}(t) + a\dot{z}(t) = u(t) - \boldsymbol{v}^*(t),\ z(0) = z_0,\ \dot{z}(0) = 0,$$

не равно нулю, т.е. $z(t) \neq 0$ *при каждом* $t \in [0, +\infty)$.

В этой статье будут по отдельности исследованы следующие игровые задачы:

Задача преследования. Задача преследования в игре (1.1)-(1.2). Построить П-стратегию для преследователя и найти достаточное условие поимки.

Задача уклонения. Задача уклонения в игре (1.1)-(1.2). Установить оптимальную стратегию для убегающего и оценить, как изменить расстояние $|z(t)|$ между преследователем и убегающим.

2. Решение задачи преследования

В настоящем разделе П-стратегия будет определена на основе работ [5, 10-12] и будет взято достаточное условие поимки.

Для решения задачи преследования предположим, что в текущий момент времени t преследователю известны начальные параметры x_0, y_0, текущий момент времени t и значение управления убегающего $v(t)$.

Если игроки P и E выделят свои допустимые функции управления $u(\cdot) \in U$ и $v(\cdot) \in V$ соответственно, то, используя (1.3)-(1.7), получим вектор-функцию

$$z(t) = z_0 + \frac{1}{a}\sum_{i=0}^{N(t)}(u_i - v_i)\,(1 - e^{-a(t - i\Delta)}), \tag{2.1}$$

где $N(t) = [\frac{t}{\Delta}]$, $[\,]-$целая часть числа.

В силу (2.1) преследователь стремится к достижению равенства $z(t^*) = 0$ при некотором $t^* > 0$, а убегающий стремится сохранить соотношение $z(t) \neq 0$ при каждом t, $t \geq 0$.

Рассмотрим функцию

$$p(t) = 1 - \frac{\rho - \sigma}{a|z_0|}\Big(\frac{t}{\Delta} - e^{-at} \cdot \frac{e^{a(t+\Delta)} - 1}{e^{a\Delta} - 1}\Big).$$

Следующее утверждение будет использовано для доказательства существования времени поимки.

Предложение 2.1. *Пусть $\rho > \sigma$. Тогда уравнение*

$$p(t) = 0,\, t \geq 0, \tag{2.2}$$

имеет один и только один положительный корень, который обозначим через T.

Для построения П-стратегии предположим, что преследователь знает начальные данные z_0, ρ, σ и значение $v(t)$ в текущий момент времени t.

Определение 2.1. *Пусть $\rho \geq \sigma$. Тогда в игре (U, V) функцию*

$$\boldsymbol{u}(z_0, v(t)) = \sum_{i=0}^{\infty} \boldsymbol{u}_i \delta(t - i\Delta), t \geq 0,\, \boldsymbol{u}_i = v_i - \lambda(z_0, v_i)\xi_0,\, i \in N_0, \tag{2.3}$$

назовем стратегией параллельного преследования (кратко П-стратегией) преследователя, где

$$\lambda(z_0, v_i) = \langle v_i, \xi_0\rangle + \sqrt{\langle v_i, \xi_0\rangle^2 + \rho^2 - |v_i|^2},\, \xi_0 = z_0/|z_0|,\, i \in N_0 \tag{2.4}$$

$\langle v_i, \xi_0\rangle$– скалярное произведение векторов v_i, $i \in N_0$ и ξ_0 в R^n. Функцию $\lambda(z_0, v_i)$, $i \in N_0$ обычно называют разрешающей функцией.

Теперь укажем некоторые важные особенности стратегии (2.3) и разрешающей функции (2.4).

Лемма 2.1. *Разрешающая функция (2.4) определена и неотрицательна для всех $v_i \in S_\sigma$, $i \in N_0$, и эта функция ограничена следующим образом:*

$$\rho - \sigma \leq \lambda(z_0, v_i) \leq \rho + \sigma,\ i \in N_0\,.$$

Доказательство. Максимальное и минимальное значения разрешающей функции (2.4) определяются для произвольного $v_i \in S_\sigma$, $i \in N_0$ следующим образом:

$$\min_{v_i \in S_\sigma} \lambda(z_0, v_i) = \lambda(z_0, v_i)\Big|_{v_i = -\sigma\xi_0} = \langle -\sigma\xi_0, \xi_0\rangle + \sqrt{\langle -\sigma\xi_0, \xi_0\rangle^2 + \rho^2 - |-\sigma\xi_0|^2} = \rho - \sigma,$$

$$\max_{v_i \in S_\sigma} \lambda(z_0, v_i) = \lambda(z_0, v_i)\Big|_{v_i = \sigma\xi_0} = \langle \sigma\xi_0, \xi_0\rangle + \sqrt{\langle \sigma\xi_0, \xi_0\rangle^2 + \rho^2 - |-\sigma\xi_0|^2} = \rho + \sigma,\, i \in N_0.$$

Следовательно,

$$\rho - \sigma \leq \lambda(z_0, v_i) \leq \rho + \sigma,\ i \in N_0.$$

□

Определение 2.2. *Если $\rho > \sigma$, то скалярная функция*

$$\Lambda(t, v(\cdot)) = 1 - \frac{1}{a|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)} \lambda(z_0, v_i)(1 - e^{-a(t - i\Delta)}) \tag{2.5}$$

называется функцией сближением игроков в игре (U, V).

Лемма 2.2. *Пусть $\rho > \sigma$. То*

а) для всех $v(\cdot) \in V$ функция (2.5) монотонно убывает по t, $t \geq 0$;

б) функция (2.5) ограничена для всех $t \in [0, T]$ следующим образом:

$$\Lambda_1(t, v(\cdot)) \leq \Lambda(t, v(\cdot)) \leq \Lambda_1(t, v(\cdot)) \tag{2.6}$$

где

$$\Lambda_1(t,v(\cdot)) = 1 - \frac{\rho+\sigma}{a|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}\Big(1-e^{-a(t-i\Delta)}\Big),$$

$$\Lambda_2(t,v(\cdot)) = 1 - \frac{\rho-\sigma}{a|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}\Big(1-e^{-a(t-i\Delta)}\Big),$$

$N(t) = [\frac{t}{\Delta}]$.

Доказательство. Пусть $\rho > \sigma$.

а) Определим производную по t от $\Lambda(t, v(\cdot))$ и из леммы 2.1 следует, что

$$\frac{d\Lambda(t,v(\cdot))}{dt} = -\frac{1}{|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}\lambda(z_0,v_i)e^{-a(t-i\Delta)} \le$$

$$\le -\frac{\rho-\sigma}{|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}e^{-a(t-i\Delta)} \le 0,\ t\in[\Delta i,\Delta(i+1)),\ i=0,1,2,\dots.$$

б) Из формулы (2.5) и леммы 2.1 получаем следующую оценку:

$$\Lambda(t,v(\cdot)) \le 1-\frac{1}{a|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}\min_{v_i\in S_\sigma}\lambda(z_0,v_i)(1-e^{-a(t-i\Delta)}) \le 1-\frac{\rho-\sigma}{a|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}\Big(1-e^{-a(t-i\Delta)}\Big) = \Lambda_2(t,v(\cdot)),$$

$$\Lambda(t,v(\cdot)) \ge 1-\frac{1}{a|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}\max_{v_i\in S_\sigma}\lambda(z_0,v_i)(1-e^{-a(t-i\Delta)}) \ge 1-\frac{\rho+\sigma}{a|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}\Big(1-e^{-a(t-i\Delta)}\Big) = \Lambda_1(t,v(\cdot)).$$

□

Теорема 2.1. *Если $\rho > \sigma$, то П-стратегия (2.3) является выигрышной для преследователя в промежутке времени $[0,T]$, а гарантированное время T.*

Доказательство. Предположим сначала, что убегающий выбирает любое управление $v(\cdot) \in V$, а преследователь реализует П-стратегию (2.3). Тогда в силу (2.1) и (2.3) имеем

$$z(t) = z_0 - \frac{1}{a}\sum_{i=0}^{N(t)}\lambda(z_0,v_i)\xi_0(1-e^{-a(t-i\Delta)}). \tag{2.7}$$

Перепишем (2.7) как

$$z(t) = z_0\Lambda(t,v(\cdot)) \tag{2.8}$$

где $\Lambda(t, v(\cdot))$ то же самое, что и (2.5).

Из этого, из леммы 2.2 вытекает следующая оценка:

$$|z(t)| = |z_0|\cdot\Big|\Lambda(t,v(\cdot))\Big| \le |z_0|\cdot\Big|\Lambda_2(t,v(\cdot))\Big| =$$

$$= |z_0|\cdot\Big|1-\frac{\rho-\sigma}{a|z_0|}\sum_{i=0}^{N(t)}\Big(1-e^{-a(t-i\Delta)}\Big)\Big| =$$

$$= |z_0|\cdot\Big|1-\frac{\rho-\sigma}{a|z_0|}\Big(N(t)+1-e^{-at}\cdot\frac{e^{a\Delta(N(t)+1)}-1}{e^{a\Delta}-1}\Big)\Big| \le$$

$$\le |z_0|\cdot\Big|1-\frac{\rho-\sigma}{a|z_0|}\Big(\frac{t}{\Delta}-e^{-at}\cdot\frac{e^{a(t+\Delta)}-1}{e^{a\Delta}-1}\Big)\Big| = |z_0|\cdot|p(t)|. \tag{2.9}$$

Из предложения 2.1 немедленно следует, что в момент T выполняется равенство $p(t) = 0$. Следовательно, (2.9) указывает на то, что существует конечное время $T^* \in [0,T]$, удовлетворяющее $\Lambda(T^*, v(\cdot)) = 0$. Из этого и учитывая (2.8), получаем $z(T^*) = 0$.

Следовательно, П-стратегия (2.3) гарантирует поимку убегающего на интервале времени $[0, T]$. □

3. Решение задачи уклонения

В этом разделе в качестве стратегии убегающего будет взята постоянная функция и будет дано достаточное условие уклонения. Более того, мы обоснуем, что стратегия убегающего является оптимальной стратегией, а время T, указанное в теореме 2.1, является оптимальным временем поимки.

Определение 3.1. *Назовем функцию управления*

$$v^*(t) = -\sum_{i=0}^{\infty} \Big(\sigma\xi_0\delta(t - i\Delta)\Big),\ t \geq 0, \tag{3.1}$$

стратегей убегающего в игре (U, V).

Сформулируем наш основной результат для проблемы уклонения.

Теорема 3.1. *Пусть* $\rho \leq \sigma$. *Тогда управление (3.1) является выигрышным в игре* (U, V) *для убегающего и при этом* $|z(t)| \geq |z_0|$ *для всех* $t \geq 0$.

Доказательство. Предположим, что $\rho \leq \sigma$ и преследователь выбирает управление $u(\cdot) \in U$, а убегающий применяет стратегию (3.1). Тогда из (1.6) и (2.6) получаем

$$|z(t)| = \Big|z_0 + \frac{1}{a}\int_0^t (u(s) - v^*(s))\Big(1 - e^{-a(t-s)}\Big)ds\Big| =$$

$$= \Big|z_0 + \frac{1}{a}\sum_{i=0}^{N(t)}(u_i + \sigma\xi_0)\left(1 - e^{-a(t-i\Delta)}\right)\Big| \geq$$

$$\geq \Big|z_0 + \frac{1}{a}\sum_{i=0}^{N(t)}\sigma\xi_0\left(1 - e^{-a(t-i\Delta)}\right)\Big| - \Big|\frac{1}{a}\sum_{i=0}^{N(t)}u_i\left(1 - e^{-a(t-i\Delta)}\right)\Big| \geq$$

$$\geq \Big||z_0| + \frac{\sigma}{a}\sum_{i=0}^{N(t)}\left(1 - e^{-a(t-i\Delta)}\right)\Big| - \frac{1}{a}\sum_{i=0}^{N(t)}|u_i|\left(1 - e^{-a(t-i\Delta)}\right) \geq$$

$$\geq |z_0| + \frac{\sigma - \rho}{a}\sum_{i=0}^{N(t)}\left(1 - e^{-a(t-i\Delta)}\right) \geq |z_0|$$

при всех $t \geq 0$. □

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967.
2. Понтрягин Л.С. Избранные труды. М.: МАКС Пресс, 2004.
3. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. Задача о минимуме гарантированного результата. М.: Наука, 1985.
4. Пшеничный Б.Н. Простое преследование несколькими объектами // Кибернетика. 1976. Т. 12. № 3. С. 145-146.
5. Petrosjan L.A. Differential games of pursuit. Singapore: World Scientific Publishing, 1993.
6. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наукова думка, 1992.
7. Subbotin A.I. Generalization of the main equation of differential game theory, Journal of Optimization Theory and Applications, 1984, vol. 43, issue 1, pp. 103-133.

8. Сатимов Н.Ю. Методы решения задачи преследования в теории дифференциальных игр. Ташкент: Изд-во НУУз, 2019.

9. Азамов А. О задаче качества для игр простого преследования с ограничением // Сердика. Българско математическо списание. 1986. Т. 12. 1. С. 38-43.

10. Azamov A.A., Samatov B.T. The P-strategy: Analogies and applications, Contributions to Game Theory and Management, 2011, vol. 4, pp. 33-46.

11. Azamov A.A., Samatov B.T. P-strategy, Tashkent: National University of Uzbekistan, 2000.

12. Samatov B.T., Soyibboev U.B. Differential game with 'lifeline' for Pontryagins control example, Izvestiya Instituta Matematiki i Informatiki Udmurtskogo Gosudarstvennogo Universiteta, 2023, vol. 61, pp. 94-113.

13. Чикрий А.А., Матичин И.И. Линейные дифференциальные игры с импульсным управлением игроков //Тр. Ин-та матем. и мех. УрО РАН. 2005. Т. 11. No 1. С. 212-224.

14. Тухтасинов М. Линейная дифференциальная игра преследования с импульсными и интегрально-ограниченными управлениями игроков, Тр. ИММ УрО РАН, 2016, том 22, номер 3, 273-282.

15. Белоусов А.А. Дифференциальные игры с интегральными ограничениями и импульсными управлениями // Докл. НАН Украины. 2013. No 11. С. 37-42.

16. Абдуалимова Г.М., Мамадалиев Н.А., Тухтасинов М. Достаточные условия разрешимости задачи преследования при импульсном воздействии, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 63:7 (2023), С. 1073-1083.

17. Ухоботов В.И., Троицкий А.А. Об одной задаче импульсного преследования // Вестн. ЮжноУрал. ун-та. Сер. Математика. Механика. Физика. 2013. Т. 5, No 2. С. 79-87.

18. Котлячкова Е.В. К нестационарной задаче простого преследования в классе импульсных стратегий // Изв. Ин-та математики и информатики УдГУ. 2015. Т. 45, No 1. С. 106-113.

19. Мустапокулов Х.Я., Мамадалиев Н.А. Построение П-стратегий в игре простого преследования-убегания с импульсным управлением // Вестник НУУз. 2024. 2/2.1. С. 164-175.

20. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.

REZYUME

Ushbu maqolada impuls boshqaruvli ikkinchi tartibli differensial tenglamalar orqali tavsiflanuvchi quvish-qochish o'yini qaralgan. Bunda o'yinchilar ikkalasi ham impuls boshqaruvlarga ega bo'lib, bu impuls ta'sirlari ob'ektga oldindan belgilangan vaqt momentlarda ta'sir etib, boshqaruv Dirakning delta-funksiyasi yordamida ifodalanadi. Ushbu differentsial o'yinlar sinfi uchun quvish masalasida P-strategiyani qo'llagan holda tutish vazifasining hal etilishi uchun yetarli shart olingan. Bundan tashqari qochish masalasida aniq bir strategiyani qo'llab, qochib ketish mumkinligi ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: differensial o'yin, quvish masalasi, qochish masalasi, P-strategiya, tutish.

RESUME

This paper considers a chase-escape game described by second-order differential equations with impulse control. In this case, both players have impulse controls, and these impulse effects act on the object at predetermined time instants, and the control is represented by the Dirac delta function. For this class of differential games, a sufficient condition is obtained for solving the capture problem using the P-strategy in the chase problem. In addition, it is shown that it is possible to escape using a specific strategy in the escape problem.

Key words: differential game, pursuit problem, escape problem, P-strategy, capture.