

UDC 517.55

**OB-HAVO HOSILALARINING OQILONA NARXINI
MODELLASHTIRISH****RAXMATOV M. Y.**RAQAMLI IQTISODIYOT VA AGROTEXNOLOGIYALAR UNIVERSITETI
makhammadrasul1972@gmail.com**REZYUME**

Ushbu maqolada ko'p yillik ob-havo harorati ko'rsatkichlari yordamida hosilalarning (xosilaviy qimmatbaho qog'ozlar) oqilona narxini baholash uchun matematik modellar o'rganilgan. Hosilalar narxini baholashda Toshkent shahridagi I.Karimov nomidagi xalqaro aeroport ob-havo stansiyasining so'ngi 30 yillik harorat ko'rsatkichlari olingan. Shuningdek, maqolada hosilalarning oqilona narxini bir necha matematik modellar yordamida olingan natijalar sonli va grafiklarda tahlil qilingan. Bu natijalarni olish va ularni tahlil qilishda MINITAB paketi va Borland Delphi dasturlash tillaridan foydalanildi.

Kalit so'zlar: ob-havo xosilalari, volatillik, o'rtacha chetlanish, oqilona narx, o'rtacha kunlik harorat, opsiya, call va put opsiya.

Kirish. 20-asrning o'rtalaridan boshlab insoniyatning iqtisodiy-ijtimoiy rivojlanishi, ilmfan taraqqiyoti, iqtisodiy rivojlanishdagi inqirozlar, ayniqsa, iqlim o'zgarishlari tabiiy ofatlar va hokazolarga bog'liq bo'lgan qishloq xo'jaligidagi keskin zararlarning oldini olish yo'llarini tadqiq etishni talab qilmoqda. Bu boradagi izlanishlarda xorijiy davlatlar, jumladan amerikalik iqtisodchilar, qishloq xo'jaligi va boshqa sohalar mutaxassislarining tajribasi shubhasiz qiziqish uyg'otmoqda.

Yangi moliyaviy instrumentlar - hosilalar - o'tgan asrning oxiridan boshlab keng qo'llanila boshlandi. Ulardan eng mashxurlari - fyuchers shartnomalari va opsiya hisoblanadi. Ushbu hosilalaviy qimmatbaho qog'ozlar ishlab chiqaruvchilarning daromadlarini sug'urtalashga qaratilgan bo'lib, bunda ishlab chiqaruvchilarning mahsulot sotish hajmi tasodifiy tabiiy ofatlar (misol uchun ob-havo o'zgarishi)ga bog'liq. Bunday qimmatbaho qog'ozlarning asosida qanday tabiiy hodisa, ob-havoning qanday miqdoriy xususiyatlari yotishi aniq vaziyatga bog'liq. Bu atmosfera bosimi, shamol tezligi va namlik bo'lishi mumkin. Ammo eng ko'p ishlatiladigan hosilalar ob-havo harorati ko'rsatkichlariga asoslangan.

Ob-havoning noqulay kelishidan zarar ko'ruvchi sifatida elektr energiyasi ishlab chiqaruvchilari va iste'molchilari, savdo tarmoqlari, dam olish maskanlari hamda qishloq xo'jaligining ko'plab tarmoqlarini aytish mumkin. Ob-havodagi kutilmagan o'zgarishlarning asosiy parametrlar sifatida harorat, namlik, turli ko'rinishdagi yog'ingarchiliklar qaraladi. Ma'lumki, ob-havo bilan bog'liq eng ko'p qo'llanilib kelayotgan asosiy parametr sifatida harorat qaraladi, shu sababli ushbu maqolada harorat ko'rsatkichlari asosiy o'zgaruvchi qilib olingan

hosilalar qaraladi. Shuningdek, qimmat baho qog'ozlar bozorida ob-havo hosilalarining tez sur'atlar bilan o'sishiga ta'sir etuvchi aksariyat omillar ichidan eng asosiylarini quyida keltirib o'tamiz:

- energiya narxlari ob-havo bilan juda bog'liq ekanligi;
- kapital va sug'urta bozorlarining bir-biriga yaqinlashganligi.

Shuningdek bu maqolada quyidagi muammolar haqida ham to'xtalib o'tamiz:

- harorat o'zgarishini xarakterlovchi stoxastik jarayonlarni o'rganish;
- hosilalarning oqilona narxlarini modellashtirish va Monte Karlo usulidan foydalanib sonli yechimini hisoblash.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili. Tabiatdagi tasodifiy hodisalarning iqtisodiyotning turli sohalariga qiladigan ta'siri risklarini minimallashtirish hamda hosilalarning oqilona narxlarini hisoblash ilmiy izlanuvchilar oldidagi muhim va dolzarb masala bo'lib kelgan. Umuman olganda, yuqorida keltirib o'tilgan muammolarning sonli yechimini topishda, hozirgi kundagi iqlimning global isishi hamda tez o'zgaruvchanligi ham qo'shilganligi ilmiy izlanuvchilarga yanada yangi ilmlar ustida ishlashga olib kelmoqda. Bu borada P.Alaton (P.Alaton) ilmiy ishlarida ob-havo hosilalari orqali risklarni boshqarish va moliyaviy instrumentlarning oqilona narxini hisoblashning matematik modellarini taklif qilgan [1]. Ma'lumki, ob-havodagi o'zgarishlar tasodifiy bo'lganligi sababli stoxastik jarayonlar matematik modellashtirish hamda Monte-Karlo usulini qo'llab jarayonning sonli yechimini topish metodologiyasini S.M.Ermakovning ishlarida ko'rish mumkin [2]. Hozirgi kunda O'zbekiston olimlari tomonidan tasodifiy jarayonlarni modellashtirish, qimmatbaho qog'ozlar bozori hamda ob-havo harorati ko'rsatkichlarining xalq xo'jaligi sektorlariga bo'ladigan ta'sir risklarini boshqarish, moliyaviy instrumentlarning oqilona narxini hisoblashga oid ko'plab ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Jumladan, bu borada A.S.Rasulov, M.T.Bakoev, G.M.Raimovalar tomonidan chop etilgan ilmiy maqolalarda stoxastik jarayonlarni modellashtirishda kelib chiqadigan turli integral va differensial tenglama hamda tenglamalar sistemasini taqribiy yechishda Monte-Karlo usullaridan foydalanishgan [6;7].

Tadqiqot metodologiyasi.

- **Option** - bu investorga muayyan aktivni kelajakdagi aniq bir narxda sotib olish yoki sotish huquqini beruvchi shartnoma. Bu huquqni amalga oshirish majburiy emas.
- **CALL option** - aktivni belgilangan narxda sotib olish huquqini beradi.
- **PUT option** - aktivni belgilangan narxda sotish huquqini beradi.

Ob-havo hosilalari odatda turli xil iqlim indekslariga asoslangan svoplar, fyucherslar va call/put optionlari sifatida shakllanadi. Aksariyat hollarda iqlim indekslari sifatida asosan kunning isish va sovish daraja hamda yog'ingarchiliklar ko'rsatkichlari kiradi. Quyida biz ko'p holatlarda ishlatiladigan har kunlik harorat indekslari haqida ma'lumotlar berib o'tamiz.

Ta’rif 1. T_i^{max} va T_i^{min} lar i kunidagi maksimal va minimal ob-havo haroratini (Selsiy gradusida) bildirsin. i kun uchun o’rtacha haroratni quyidagicha aniqlaymiz

$$T_i = \frac{T_i^{min} + T_i^{max}}{2} \quad (1)$$

Yuqorida ta’kidlaganimizdek, ob-havo hosilalari uchun muhim asosiy parametr bu kunlik harorat ko’rsatkichidir. Bu kattalik quyidagi sovitish va isitish kunlari indekslari orkali tavsiflanadi.

Ta’rif 2. $T_i - i$ kunning o’rtacha harorati bo’lsin. Isish kunlari indeksini HDD_i va sovish kunlari indeksini CDD_i sonini, kunlik harorat ko’rsatkichlari yig’indisi sifatida topish mumkin:

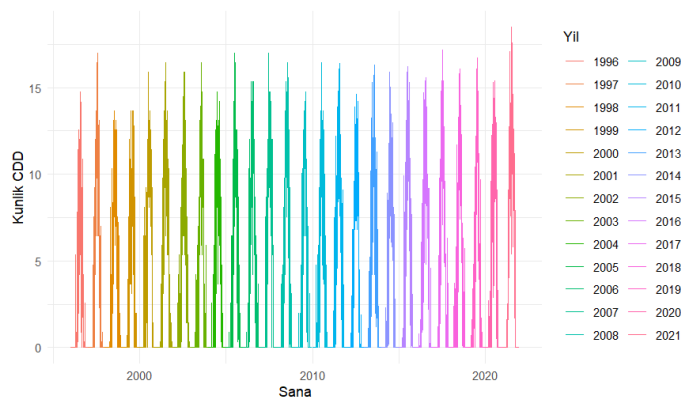
$$HDD_i = \max(18 - T_i, 0), \quad (2)$$

$$CDD_i = \max(T_i - 18, 0), \quad (3)$$

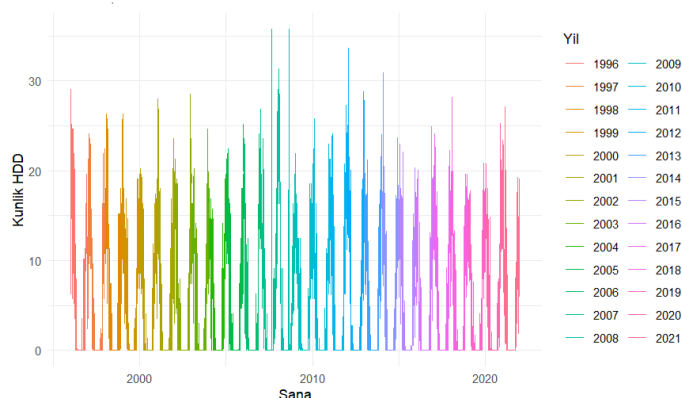
2-ta’rifga asosan biz ma’lum bir kun uchun HDD yoki CDDlar sonini, kunlik harorat ko’rsatkichlari yig’indisi sifatida topish mumkin:

$$C_n = \sum_{i=1}^n CDD_i, \quad H_n = \sum_{i=1}^n HDD_i \quad (4)$$

Agarda harorat Farengeytda hisoblansa isish va sovish indekslari uchun harorat sifatida 65° Farengeyt ($18^\circ C$) olinadi. Ob-havo indekslari ob-havo risklarini boshqarishda asosiy parametr bo’lib xizmat qiladi.



Rasm 1: 1996-2021 yillar davomida I. Karimov nomidagi aeroportida kunlik CDD lar soni.



Rasm 2: 1996-2021 yillar davomida I. Karimov nomidagi aeroportida kunlik HDD lar soni.

Fyuchers shartnomasining narxлари, shuningdek, opsiонning amalga oshirish narxi ma'lum bir davr uchun HDD yoki CDD indekslarida ifodalanadi. Shartnomada ko'rsatib o'tilgan meteorologiya stansiyasining aniq ma'lumotlari ob-havo hosilalarini amalga oshirish narxini (strike price - shartnoma muddati tugagandan so'ng indeksning haqiqiy qiymati) aniqlashda ishlatiladi.

Haroratga asoslangan ob-havo hosilalarning narxi yilning ma'lum bir davri uchun yig'ilgan HDD yoki CDDlar asosida aniqlanadi. Odatda, HDD mavsumi noyabrdan martgacha, CDDlar mavsumi esa maydan sentyabrgacha bo'lgan davrni o'z ichiga oladi. Odatda aprel va oktyabr oylari bir mavsumdan boshqa mavsumga o'tish oylari deb ataladi.

Fyuchers shartnomasi bo'yicha to'lov, shartnoma tuzilgan narx va shartnoma muddati tugagandan so'ng ma'lum bo'ladigan narxi o'rtasidagi farq bilan belgilanadi. So'ngra bu farq shartnomada kelishilgan qayta hisoblash stavkasiga ko'paytiriladi. Shunday qilib, fyuchers shartnomasining oqilona qiymati uning HDD yoki CDD indeksi birliklarida ifodalangan joriy narxiga teng bo'lib, indeks miqdorining bahosiga ko'paytiriladi. Opsion shartnomalarini tuzishda uni amalga oshirish narxi K , qayta hisoblash stavkasi ρ oldindan kelishib olinadi. Misol uchun, HDD indeksiga tuzilgan call opsioni uchun t_n kunidagi χ to'lovi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\chi = \{\rho \max(H_n - K, 0)\}$$

Ba'zan sotuvchi va xaridor opsiонning maksimal to'lovi MT ga cheklovni kelishib oladi. Bunday holda, HDD indeksidagi call opsioni uchun to'lov quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$\chi = \min(\rho \max(H_n - K, 0), MT)$$

Opsiонning narxi bank foiz stavkasi r bo'yicha amalga oshirish kunida diskontlangan avvaldan kelishilgan to'lov miqdoriga teng bo'ladi. Ob-havo shartnomalaridan foydalanishda yuzaga keladigan asosiy matematik muammo opsiонning oqilona narxini aniqlashdan iborat.

Ob-havo harorati ko'rsatkichlarini modellashtirish asosida hosilalarning oqilona narxini hisoblash.

Ob-havo harorati ko'rsatkichlarini modellashtirishga mo'ljallangan ekonometrik modellarda harorat o'zgarishini bashorat qilish uchun odatda ko'pgina usullar qo'llaniladi,

bularga: ARCH, GARCH, A-GARCH, E-GARCH, ARMA, ARFIMA, FBM, ARFIMA-FIGARCH, LSTM, Bootstrap lar kiradi. Esga olingan modellar o'zgaruvchanligi ob-havoning oldingi qiymatlaridan foydalanilmasdan faqat uning korrelyatsiyasiga bog'liqligini hisobga olishga imkon beradi. Masalan, GARCH modellari, kuzatilayotgan vaqt qatorlariga mos har qanday o'zgarishlarga o'z aks ta'sirini bildirish hamda bu qator o'zgaruvchanligi bo'yicha kuchli tebranishlardan so'ng tezda tiklash xossasiga egaligidir.

Ob-havo hosilalarining oqilona narxini aniqlashda, unga ta'sir etuvchi omil sifatida ob-havoning tarixiy ma'lumotlariga asoslanib joriy ob-havo o'zgarishining taxminiy tendensiyasini olish mumkin. Shuningdek, ob-havo hosilalar bozori - hosilaviy qimmatbaho qog'ozlar bozoriga mansub bo'lganligi sababli, unga boshqa bozorlar o'z ta'sirini o'tkazadi. Hozirgi kunda hosilalarni narxlarini hisoblash usullarida ob-havoning o'tgan yillardagi ko'rsatkichlaridan foydalaniladi, bu ko'rsatkichlar asosida yaqin kelajakda ro'y beradigan harorat o'zgarishlarini bashorat qilish mumkin. Ob-havo harorati ko'rsatkichlarini matematik modellashtirish bosqichlarni quyidagilardan iborat bo'ladi:

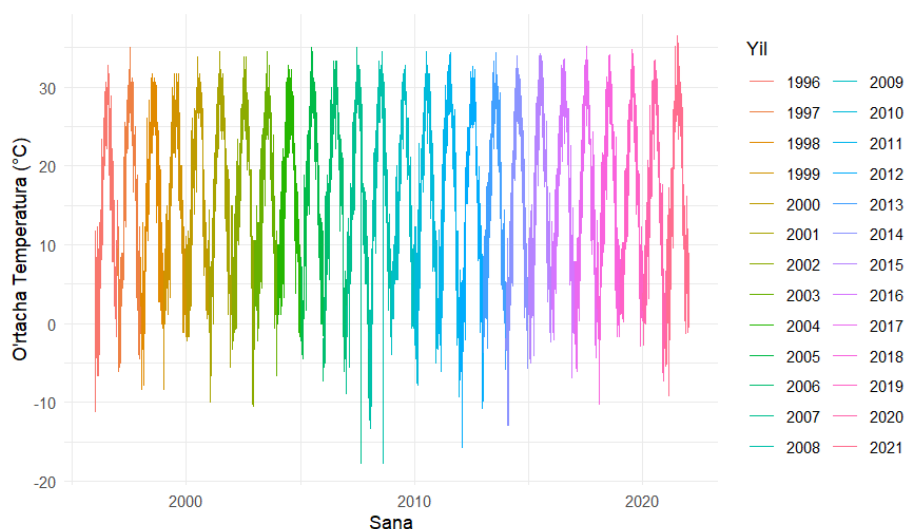
- O'tgan davr uchun ob-havo harorati ko'rsatkichlari ma'lumotlarini to'plash;
- Ob-havo ko'rsatkichlarining statistik modelini yaratish;
- Kelajakda kutilishi mumkin bo'lgan ob-havo o'zgarishlarini modellashtirish (Monte-Karlo usuli);
- Har bir ssenariy bo'yicha opsion to'lovini aniqlash;
- Ushbu ma'lumotlarni o'rta qiymatini aniqlash;
- Hisob-kitob muddatiga diskontlash.

Ob-havo haroratini modellashtirish.

Yuqorida ta'kidlab o'tganimizdek, ob-havo hosilalari uchun asosiy parametri sifatida harorat qaralayotganligi sababli, haroratni xarakterlovchi modelni topishga harakat qilamiz. Bundan ko'zlangan maqsad - harorat o'zgarishini tavsiflovchi stoxastik jarayonni aniqlash. Keyinchalik ob-havo hosilalarini haroratga nisbatan baholamoqchi bo'lsak, iqlim jarayoni qanday bo'lishi haqidagi ma'lumotlarga ega bo'lish ahamiyatli bo'ladi. Yaxshi modelni topishda yordam berish uchun bizda Toshkent shahridagi so'nggi 30 yildagi harorat ma'lumotlar bazasini shakllantiramiz. Harorat ma'lumotlari 1 - ta'rifga muvofiq hisoblangan kunlik o'rtacha haroratlardan iborat. 1-rasmda biz Toshkent shahridagi I.Karimov nomidagi aeroportida ketma-ket 10 yil davomida kunlik o'rtacha haroratning o'zgarish grafigini quramiz.

Keyingi tahlillarda Toshkent shahridagi I.Karimov nomidagi aeroporti uchun o'tgan 30 yillik ob-havo harorati ko'rsatkichlari ma'lumotlari bazasidan foydalanamiz. O'rtacha harorat 1-rasmdan ob-havo haroratida kuchli mavsumiy o'zgarishlar mavjudligini aniq ko'ramiz. O'rtacha harorat yozda taxminan 34° C va qishda 3° C gacha o'zgarib turadi. 1-rasmdan ob-havodagi mavsumiy o'zgarishlarini sinus-funksiyasi orqali modellashtirish mumkinligini ko'rish mumkin. Ushbu funksiya quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$\sin(\omega t + \varphi), \quad (5)$$



Rasm 3: 1996-2021 yillar davomida I. Karimov nomidagi aeroportida kunlik o‘rtacha harorat.

bu yerda t kun bilan o‘lchanadigan vaqtni, ya’ni, $t = 1, 2, \dots$ bo‘lib, 1 yanvar, 2 yanvar va hokazolarni bildiradi. Tebranishlar davri bir yil ekanligini bilganimiz uchun $\omega = 2\pi/365$ ga teng bo‘ladi. Odatda yilning eng minimal va maksimal o‘rtacha haroratlari yil boshida yoki yilning ikkinchi yarmining boshlanishida kuzatilmaganligi sababli faza burchagi " φ " tushunchasini kiritamiz. Shuningdek, ob-havo harorati ko‘rsatkichlarining o‘zgarishiga diqqat bilan e’tibor berilsa, ma’lumotlar tendensiyasi ijobiy zaif, biroq mavjudligi ko‘rish mumkin. Ushbu tendensiyaning mavjudligidan, o‘rtacha haroratning yildan-yilga o‘sayotganligini ko‘rish mumkin. Iqlim haroratining o‘sishiga ta’sir qiladigan bir nechta omillar mavjud. Ulardan biri, hozirgi kunda butun dunyoda kuzatilayotgan global isishni misol keltirish mumkin. Keyingisi katta shaharlar aholisining tez sur’atlar o’sib borayotganligi sababli undagi harakatlarning me’yoridan ortib borayotganligi natijasida, yaqin hududlarda ob-havo haroratining oshib borayotganligidir. Ob-havo harorati ko‘rsatkichlaridan ushbu zaif tendensiyaning aniqlash uchun biz birinchi taxmin sifatida isish o‘zgarishini chiziqli deb taxmin qilamiz. Biz uni ko‘phad deb hisoblashimiz ham mumkin, lekin u o‘rtacha haroratning umumiy dinamikasiga kam ta’siri tufayli, faqat ushbu ko‘phadning chiziqli qismigina hukmronlik qiladi.

Yuqoridagi ma’lumotlardan xulosa qilib aytadigan bo‘lsak, T_t^m – t kundagi o‘rtacha ob-havo harorati modeli quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi.

$$T_t^m = A + Bt + C \sin(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

bu yerda A, B, C, ω, φ parametrlari haroratning ko‘p yillik stoxastik kuzatuvlari asosida baholanadi. Endi ushbu parametrlarni baholashni keltirib o‘tamiz.

O‘rtacha harorat modelini ma’lumotlarga moslashtirish.

(6) tenglamdagi noma’lum konstantalarning sonli qiymatlarini baxolashni havo ko‘rsatkichlaridan tashkil topgan ma’lumotlari asosida kichik kvadratlar usuli yordamida amalga oshiramiz.

$$Y_t = a_1 + a_2 t + a_3 \sin(\omega t) + a_4 \cos(\omega t) \quad (7)$$

Bundan shunday xulosaga kelamizki, $\xi = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ parametr vektorini quyidagi tenglamani yechish orqali topishiladi.

$$\min_{\xi} \|Y - X\|^2 \quad (8)$$

bu erda Y - (7) tenglama orqali baholanayotgan kattaliklar vektori, X - ob-havo harorati ko'rsatkichlaridan iborat ma'lumotlar vektori. U holda (6) modeldagi konstantalar quyidagicha topiladi

$$A = a_1, \quad (9)$$

$$B = a_2, \quad (10)$$

$$C = \sqrt{a_3^2 + a_4^2}, \quad (11)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{a_4}{a_3}\right) - \pi \quad (12)$$

Noma'lum koeffitsientlarning sonli qiymatlarni (6) tenglamaga qo'yib, o'rtacha harorat uchun quyidagi funktsiyani olamiz:

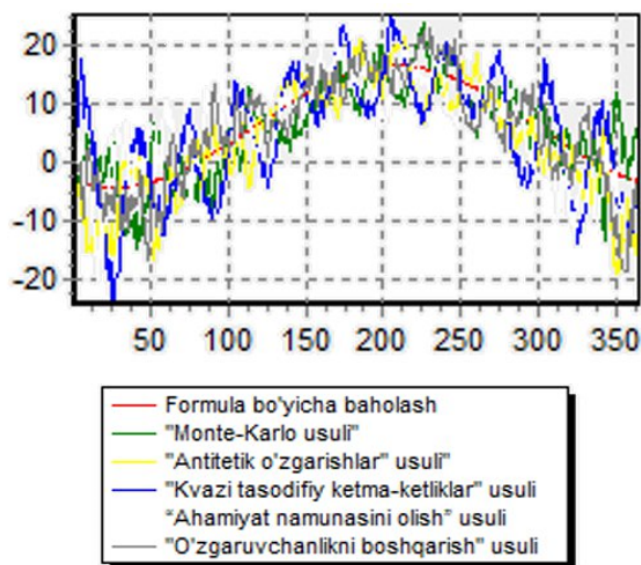
$$T_t^m = 14.882 + 1.54 \cdot 10^{-4}t + 13.4830 \sin\left(\frac{2\pi}{360}t - 1.81042\right) \quad (13)$$

Sinusoida funktsiyaning amplitudasi qariyb $10^\circ C$ ni tashkil qiladi, bu esa odatdagi qish kuni va yoz kuni o'rtasidagi harorat farqi taxminan $22^\circ S$ ni tashkil qilishini bildiradi. Ushbu funktsiyaning holati ob-havo harorati ko'rsatkichlaridan tashkil topgan ma'lumotlari bilan birga 2-rasmda ko'rsatilgan.

Sinusoida funktsiyaning amplitudasi qariyb $10^\circ C$ ni tashkil qiladi, bu esa odatdagi qish kuni va yoz kuni o'rtasidagi harorat farqi taxminan $22^\circ C$ ni tashkil qilishini bildiradi. Ushbu funktsiyaning holati ob-havo harorati ko'rsatkichlaridan tashkil topgan ma'lumotlari bilan birga 2-rasmda ko'rsatilgan.

Afsuski, ob havo parmetrlari deterministik bo'la olmaydi. Shuning uchun realroq modelga ega bo'lish uchun (6) deterministik modelga qandaydir shovqin, ya'ni standart Vinner ($W_t, t \geq 0$) jarayonini qo'shishimiz kerak bo'ladi.

Ob-havo harorati ko'rsatkichlaridan iborat ma'lumotlar qatoridan, haroratning $\sigma_t^2 \in R_+$ kvadratik o'zgarishi yilning turli oylarida turli xil bo'lishi, biroq yilning barcha oylarida deyarli o'zgarmasligini ko'rish mumkin. Ayniqsa, qish faslida o'rtacha kvadratik o'zgarishlar yilning qolgan fasllari bilan solishtirilganda ancha yuqori bo'ladi. Shuning uchun biz σ_t ni har oy davomida o'zgarmas qiymatga ega bo'lgan bo'lakli o'zgarmas funksiya deb quyidagi ko'rinishda topamiz.



Rasm 4: ikki yillik o'rtacha harorat (13) va haqiqiy harorat.

$$f(x) = \begin{cases} \sigma_1 & \text{Yanvar oyida} \\ \sigma_2 & \text{Fevral oyida} \\ \dots & \dots\dots\dots \\ \sigma_{12} & \text{Dekabr oyida} \end{cases}$$

bu yerda $\{\sigma_i\}_{i=1}^{12}$ musbat o'zgarmas konstanta, $(\sigma_t W_t \geq 0), t \geq 0)$ esa haroratning shovqin jarayoniga ta'sirini bildiradi.

Bu yerda biz ob-havo harorati ko'rsatkichlaridan iborat ma'lumotlardan σ ning ishonchli bahosini olishga harakat qilamiz. To'plangan ma'lumotlar asosida har bir oy uchun σ ning bahosini chiqaramiz. N_μ kundan iborat aniq bir μ oy davomida kuzatilgan harorat ko'rsatkichlarini $T_j (j = 1, \dots, N_\mu)$ deb belgilaymiz. Birinchi baho T_t ning o'rtacha kvadratik o'zgarishiga asoslangan holda olinadi.

$$\sigma_\mu^2 = \frac{1}{N_\mu} \sum_{j=1}^{N_\mu-1} (T_{j+1} - T_j)^2 \quad (14)$$

Olingan sonli qiymatlarni (14) ga qo'yib, turli oylar uchun σ ning qiymatlarini hisoblaymiz. 1-jadvalda σ uchun olingan baholar keltirilgan.

1-jadval. σ kvadratik chetlanish va regressiya yondashuviga asoslangan baholarning o'rtacha qiymati.

Oylar	O‘rtacha chetlanish
Yanvar	5.005
Fevral	5.555
Mart	5.140
Aprel	4.800
May	4.286
Iyun	3.183
Iyul	5.140
Avgust	3.676
Sentyabr	4.022
Oktyabr	4.789
Noyabr	5.071
Dekabr	4.697

O‘rtacha qiymatga qaytish.

Ob-havo harorati ko‘rsatkichlarini modellashtirish yordamida hosilalarning oqilona narxini hisoblashda turli xil usullar mavjud. Haroratni tavsiflovchi stoxastik jarayonni o‘rtacha qiymatga qaytaruvchi xususiyatga ega modelni hosilalarlarning oqilona narxini aniqlashda qo‘llash mumkin. Ushbu modelning foiz stavkalari asosida qurilgan modeldan, hosilalar oqilona narxini ob-havoning o‘tgan davrlardagi ma‘lumotlari bilan hisoblanishi bilan farq qiladi. Opsionlar uchun qo‘llaniladigan standart stoxastik modellar ob-havo hosilalariga mos kelmaydi, chunki harorat ko‘rsatkichlari valyuta kurslari yoki aksiya narxlaridagi kabi keskin o‘zgarishlarga emas, balki sekin va uzluksiz dinamikaga ega bo‘ladi.

Ob-havo haroratini modellashtirishda nazarda tutilmaydigan mavjud tabiiy holatlarni iqlimning diskret holati bilan birlashtirib stoxastik differensial tenglamani (SDT) hosil qilamiz. Ushbu SDTni sonli yechimini topish orqali ob-havo harorati ko‘rsatkichlarini modellashtiramiz:

$$dT_t = a(T_t^m - T_t)dt + \sigma_t dW_t \quad (15)$$

bu yerda $a \in R$ bilan o‘rtacha qiymatga qaytish tezligini belgilaymiz. (15) tenglama bilan bog‘liq muammo shundaki, u haqiqatdan xam uzoq muddatda T_t^m ga qaytmaydi. Shunday qilib, haqiqatdan ham o‘rtacha qiymat (6) ga qaytadigan jarayonni ta‘minlay olish uchun biz (15) tenglamaga quyidagi drift hadni qo‘shishimiz kerak bo‘ladi.

$$\frac{dT_t^m}{dt} = B + \omega C \cos(\omega t + \varphi) \quad (16)$$

T_t^m o‘rtacha harorati o‘zgarmas bo‘lmaganligi sababli, bu had SDTning yechimi uzoq muddatli o‘rtacha T_t^m ga teng bo‘lishini ta‘minlaydigan xolatda driftni to‘g‘irlaydi.

O‘rtacha kunlik haroratning o‘zgarishini tavsiflovchi stoxastik model quyidagi shaklga ega:

$$dT_t = \left\{ \frac{dT_t^m}{dt} + a(T_t^m - T_t) \right\} dt + \omega_t dW_t, t > s, \quad (17)$$

Ushbu tenglamaning yechimi quyidagicha bo‘ladi

$$T_t = (x - T_s^m)e^{-a(t-s)} + T_t^m + \int_s^t e^{-a(t-\tau)} \omega_\tau dW_\tau \quad (18)$$

Kuzatishlar shuni ko'rsatadiki, ob-havo harorati uzoq vaqt davomida o'sishi (yoki kamayishi) mumkin emas. Shuning uchun, harorat o'zgarishini aniqlovchi stoxastik jarayon **"o'rtacha qiymatga qaytish"** xususiyatiga ega bo'lishi hamda harorat ma'lum bir o'rtacha iqlim T_t^m darajasiga qaytishi kerak. a parametrlarning qiymati bu haroratning o'rtacha qiymatga qaytish tezligini aniqlaydi. n kun mobaynida to'plangan kuzatish natijalari asosida, a uchun samarali baho quyidagi $\hat{a}_n$ tenglamaning yechimi sifatida olinadi.

$$G_n(\hat{a}_n) = 0, \quad (19)$$

bu yerda,

$$G_n(a) = \sum_{j=1}^n \frac{\dot{b}(T_{i-1}, 0)}{\sigma_{i-1}^2} \{T_i - E[T_i|T_{i-1}]\} \quad (20)$$

va $\dot{b}(T_{i-1}; a)$ - drift hadining a parametrga nisbatan hosilasini bildiradi.

$$b(T_{i-1}; a) = \frac{dT_t^m}{dt} + a(T_t^m - T_t) \quad (21)$$

(19) ni yechish uchun (20) dagi $E[T_i|T_{i-1}]$ har bir hadlarni aniqlashimiz kerak. Darhaqiqat, (18) tenglamada $t \geq s$ uchun, quyidagi tenglamani yozamiz:

$$T_t = (T_s - T_s^m)e^{-a(t-s)} + T_t^m + \int_s^t e^{-a(t-\tau)} \sigma_\tau dW_\tau \quad (22)$$

bu tenglamadan, quyidagi tenglamaga o'tish mumkin.

$$E[T_i|T_{i-1}] = (T_{i-1} - T_{i-1}^m)e^{-a} + T_i^m, \quad (23)$$

Bundan, yana avvaldan ma'lum bo'lgan munosabatni olamiz

$$T_t^m = A + Bt + C \sin(\omega t + \varphi).$$

Shuning uchun, quyidagi munosabatni keltirib chiqarish mumkin.

$$G_n(a) = \sum_{j=1}^n \frac{T_{i-1}^m - T_{i-1}}{\sigma_{i-1}^2} \{(T_{i-1} - T_{i-1}^m)e^{-a} - T_i^m\} \quad (24)$$

Ushbu moslikni quyidagi munosabat bilan tekshirish mumkin

$$\hat{a}_n = -\log \left(\frac{\sum_{j=1}^n Y_{i-1} \{T_i - T_i^m\}}{\sum_{j=1}^n Y_{i-1} \{T_{i-1} - T_{i-1}^m\}} \right) \quad (25)$$

(19) tenglamaning yagona yechimi hisoblanib, bu yerda Y_{i-1} quyidagi tenglama orqali ifodalanadi:

$$Y_{i-1} \equiv \frac{T_{i-1}^m - T_{i-1}}{\sigma_{i-1}^2} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (26)$$

Yuqoridagi hisoblashlarni amalga oshirgandan so'ng biz $\hat{a} = 0,131$ ni olamiz.

Monte-Karlo usuli yordamida ob-havo haroratini modellashtirish

Moliyaviy matematikaning sonli ilovalarida, xususan, opsiyonlar narxini hisoblashda asosiy usullardan biri sifatida Monte-Karlo usuli qaraladi. Monte-Karlo usuli bilan ob-havo haroratini modellashtirish (17) tenglamani quyidagi ko'rinishga olib kelinadi:

$$T_j = T_j^m - T_{j-1}^m + aT_{j-1}^m + (1-a)T_{j-1} - \lambda\sigma_t + \sigma_\mu\varepsilon_{j-1} \quad (27)$$

bu yerda - $\{\varepsilon_j\}$ standart normal taqsimotga ega bo'lgan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi. Shunindek, standart normal taqsimotni modellashtirish uchun hisob-kitoblarda qo'llaniladigan usul bilan tanishib chiqamiz [2]. Aytaylik α_1, α_2 lar $(0;1)$ oraliqda tekis taqsimlangan tasodifiy miqdorlardan ikkitasi bo'lsin. Oddiy taqsimlangan tasodifiy o'zgaruvchining ikkita mustaqil amalga oshirilishi quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\xi_1 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \sin(2\pi\alpha_2), \quad \xi_2 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \cos(2\pi\alpha_2) \quad (28)$$

Yuqoridagi ifodalarga asosan, ob-havoning mumkin bo'lgan harorat o'zgarishi senariylarining N o'zaro bog'liq bo'lmagan traektoriyalari modellashtiriladi. 3-rasmda (7) formula yordamida qurilgan o'rtacha kunlik haroratning grafiklari ko'rsatilgan. Quyida opsiyon uchun to'lovlarni ob-havo haroratining har bir ssenariyasi uchun aniqlab chiqamiz. Misol uchun, HDD indeksidagi call opsiyonining to'lov miqdori quyidagicha aniqlanadi:

$$\chi = \max\{H_n - K, 0\}, \quad H_n = \sum_{i=1}^n \max\{18 - T_t, 0\} \quad (29)$$

Opsiyonlar uchun to'lovlar quyidagi tenglama bilan amalga oshirish sanasida diskontlangan holda hisoblanadi:

$$\tilde{s}(t) = \frac{e^{-r(t_n-t)}}{N} \sum_{i=1}^N \chi_i \quad (30)$$

Ob-havoning hosilalarining oqilona narxini hisoblash.

Ob-havoning hosilalarining oqilona narxini hisoblash modelida bazaviy parametr sifatida Toshkent shahrining harorat ko'rsatkichi olingan, shu sababli, qish mavsumida shaxardagi iqlimning o'zgarish xususiyatlaridan kelib chiqqan holda, hisoblash formulalarini soddalashtirish orqali opsiyonning oqilona narxini aniqlovchi formulasini qurish mumkin. Buning uchun Toshkent shahrida qish mavsumida harorat $18^\circ C$ dan oshib ketmasligini faraz qilsak, hodisa ehtimoli $\max\{18 - T_t, 0\} = 0$ bo'lgan yetarlicha kichik miqdor bo'ladi. Bu fikrlardan quyidagi tenglikka ega bo'lamiz:

$$H_n = \sum_{i=1}^n HDD_k = 18n - \sum_{i=1}^n T_{t_i}$$

$[t_1; t_n]$ oraliq bilan opsion shartnomasi tuzilgan oyni belgilasak, bu yerda t_1 - oying birinchi va t_n oxirgi kuni, t esa shartnomani tuzish vaqti bo'lsa, opsion narxini baholash momenti $t < t_1$. Narxni baholash oyiga mos keladigan kvadratik o'zgarishlarning qiymati σ_i va shartnoma oyidagi qiymat σ_j bilan belgilanadi. Yuqorida eslatib o'tilganlarga ko'ra $N(\mu_n, \delta_n)$ parametrlar normal taqsimotga ega ekanligini [108] ko'rsatish mumkin:

$$\mu_n = E^Q[H_n|F_t] = 18n - \sum_{i=1}^n = E^Q[T_{t_i}|F_t],$$

$$E^Q[H_n|F_t] = (T_t - T_t^m)e^{-a(s-t)} + T_s^m - \frac{\lambda\sigma_i}{a}(\sigma_i - \sigma_j)e^{-a(s-t)} - \frac{\lambda\sigma_j}{a}$$

$$\delta_n^2 = Var[H_n|F_t] = \sum_{i=1}^n Var[T_{t_i}|F_t] + 2 \sum_{i < j} Cov[T_{t_i}, T_{t_j}|F_t],$$

$$Cov[T_s, T_u|F_t] = e^{-a(u-s)}Var[T_s|F_t],$$

$$Var[T_s|F_t] = \frac{1}{2a}(\sigma_i^2 - \sigma_j^2)e^{-2a(t-t_1)} - \frac{\sigma_i^2}{2a}e^{-2a(t-s)} + \frac{\sigma_j^2}{2a},$$

bu yerda $0 \leq s \leq t \leq u$, T_t^m ning qiymati (14) formuladan, parametrlari qiymati esa 1-jadvaldan olinadi.

HDD indeksi uchun call opsioning oqilona narxini navbatdagi formuladan foydalangan holda topish mumkin:

$$c(t) = e^{-r(t_n-t)}E^Q[\max H_n - K, 0|F_t] = e^{-r(t_n-t)} \left((\mu_n - K)\Phi(-\alpha_n) + \frac{\sigma_n}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\alpha_n^2}{2}} \right) \quad (31)$$

bu yerda $\alpha_n = \frac{K-\mu_n}{\sigma_n}$ va Φ standart normal taqsimot funksiyasini bildiradi.

Xuddi shu usullardan foydalangan holda, so'ralgan HDD put opsion uchun oqilona narx formulasini keltirib chiqarish mumkin:

$$\begin{aligned} p(t) &= e^{-r(t_n-t)}E^Q[\max\{K - H_n, 0\}|F_t] = e^{-r(t_n-t)} \int_0^K (K - x)f_{H_n}(x)dx = \\ &= e^{-r(t_n-t)} \left[(K - \mu_n)(\Phi(\alpha_n) - \Phi\left(-\frac{\mu_n}{\sigma_n}\right) + \frac{\sigma_n}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{\alpha_n^2}{2}} - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_n}{\sigma_n}\right)^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (32)$$

(17) dan HDD indeksida ob-havo hosilalari uchun call opsionning oqilona narxini Monte-Karlo usuli bilan hisoblashda foydalaniladi. Modellashtirilgan traektoriyalar sonini va foiz stavkasi bo'yicha diskontlashni belgilaymiz. Bunda bozor riski bahosi $\lambda = 0,08$ ga teng deb hisoblanadi. 2-jadvalda keltirilgan quyidagi xususiyatlarga ega opsionlarni ko'rib chiqamiz.

Biz yanvar, fevral va mart oylari uchun HDD call opsiioni "narxlarini"oldik. Ushbu shartnomalarning texnik xususiyatlari 2-jadvalda keltirilgan.

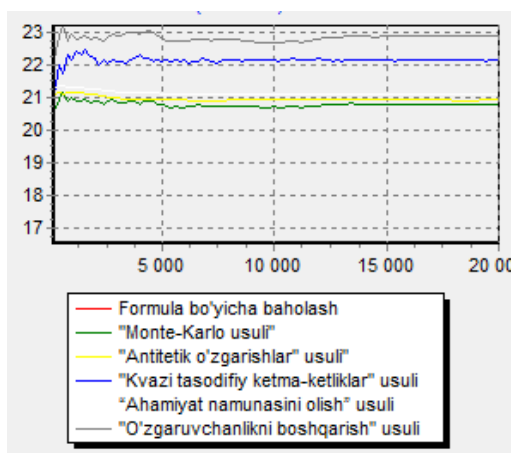
2-jadval: Uchta HDD opsionining texnik xususiyatlari.

Parametr	I Opsion	II Opsion	III Opsion
Ob-havo stansiyasi	I.A.Karimov nomli aeroport	I.A.Karimov nomli aeroport	I.A.Karimov nomli aeroport
Indeks	HDD	HDD	HDD
Turi	Call	Call	Call
Davri	2018 yil yanvar	2018 yil fevral	2018 mart
Amalga oshirish narxi (Strike)	600	600	600
Maksimum to'lov	365	306	275

3-jadvalda o'tkazilgan tajribaning asosiy natijalari keltirilgan. 3-rasmda modellashtirilgan traektoriyalar sonining o'zgarishi bilan tuzilgan hisob-kitoblarning dinamikasi ko'rsatilgan. Quyidagi 4-rasmda modellashtirilgan traektoriyalar sonining o'zgarishi bilan sig3 qiymatlarining o'zgarishi ko'rsatilgan.

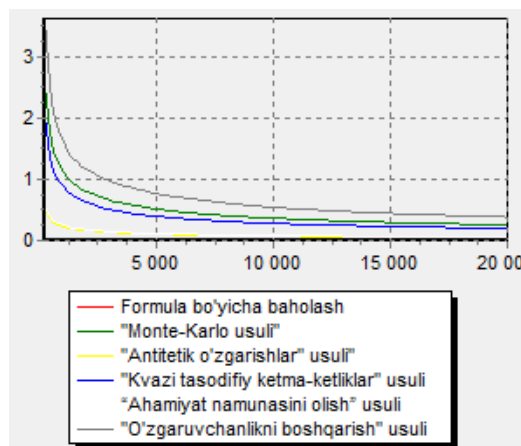
3-jadval. Hisoblash natijalari

	Opsion I	Opsion II	Opsion III
(31) asosida opsion narxi, f	13,14627	22,2987	20,3657
Monte Karlo usuli			
Opsion narxi, sx	13,14627	21,4622	20,0572
sig3	0,26387	0,4115	0,4133
Xotolik f-sx	0,99916	0,8365	0,3085
Asosiy qismni ajratish usuli			
Opsion narxi, sx	19,7696	21,6804	20,1767
sig3	0,3753	0,0543	0,0349
Xotolik f-sx	0,0006	0,6183	0,189
Kvazi Monte Karlo usuli			
Opsion narxi, sx	19,5501	21,9387	20,3491
sig3	0,3267	0,3261	0,3268



Rasm 5: Opsion narxini N bo'yicha baholash o'zgarishi.

Ob-havo hosilalarini baholashdagi eng muhim masala - bu ob-havoning yaxshi modeliga ega bo'lishdir. Bu yerda ishlatiladigan harorat modeli, albatta, haqiqiy holatni soddalashtirilgan ko'rinishi bo'lib u harorat ma'lumotlariga juda mos kelishini ko'rish mumkin. Yuqorida keltirilgan modellar yordamida ko'p yillik ob-havoning o'zgarish holatining o'zgaruvchanlik(volatillik) qonuniyatini topish mumkin. Stoxastik modellar yordamida aniq yechimga yanada yaqinlashishga erishish imkoniyati mavjud. Eng yaxshi harorat modelini



Rasm 6: sig3 qiymatining N bo'yicha o'zgarishi.

topishda, haroratning bir necha xil parametrlardan tashkil topgan iqlim modellarini qo'llash maqsadga muvofiqdir. Hozirgi kunda yuqori xarakteristikali kompyuterlar va yaxshi iqlim modellarining mavjudligi, mutaxassislar tomonidan ob-havo hosilalarining oqilona narxini hisoblashda hamda kelajakdagi narx o'zgarishini bashorat qilish imkoniyatini yaratadi. Qimmatbaho qog'ozlar bozorining o'sishi bilan bir qatorda ob-havo hosilalarining ma'lum bir vaqtga mos keluvchi oqilona narxlarini aniqlash mumkin bo'lsa, bozordagi narxlar riskini boshqarish uchun uchun yaxshiroq modellarni topish mumkin.

ADABIYOTLAR

1. Alaton P., Djehiche B., Stilberger D. On modeling and pricing weather derivatives. Applied Mathematical Finance, 9(1), 1-20, 2002.
2. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. - М.: Наука, 1973. - 312. с.
3. Байден С., Смирнова Н. Погодные деривативы в электроэнергетике. ЭнергоРынок, 3, 2006.
4. Ермаков С.М., Михайлов А.Г., Статистическое моделирование. М., Наука, 1982.
5. Glasserman R. Monte Carlo methods in financial engineering. Series: Stochastic Modelling and Applied Probability, 53. Springer., 2003.
6. A. Rasulov and M. Bakoev. Variance reduction techniques in pricing weather derivatives. Proceedings of the 4th International Conference on Computer Science and Computational mathematics (ICCSCM 2015), 2:225'232, 2015.
7. Раимова Г.М. Способы понижения дисперсии при оценивании стоимости погодных опционов, М., Прикладная эконометрика, № 1(21), 201, Стр.3-15
8. A.S. Rasulov, M.T. Bakoyev, and M.Y. Rahmatov. Monte carlo method for the calculation the price of multi-asset options. In Published by the American Institute of Physics, editor, AIP Conference Proceedings 178, 460006 (2018); doi:

10.1063/1.5044068 View online: <https://doi.org/10.1063/1.5044068> View Table of Contents: <http://aip.scitation.org/toc/apc/1978/1>, pages 340’344, USA, 2018. Published by the American Institute of Physics.

РЕЗЮМЕ

В этой статье исследуются математические модели для оценки рациональной стоимости деривативов (производных ценных бумаг) с использованием многолетних погодных показателей. При оценке стоимости деривативов были взяты температурные показатели метеостанции международного аэропорта имени И.Каримова в Ташкенте за последние 30 лет. В работе проанализирован численный результаты, полученные с помощью некоторых математических моделей для нахождения рациональной стоимости деривативов. Для моделирования и анализа результатов использовались пакет MINITAB и язык программирования Borland Delphi.

Ключевые слова: погодные производные, волатильность, среднее отклонение, рациональная стоимость, среднесуточная температура, опцион, опционы call и put.

RESUME

This article examines mathematical models for assessing the fair value of derivatives (financial instruments) using multi-year weather data. Temperature data from the meteorological station at Islam Karimov International Airport in Tashkent over the past 30 years were utilized for derivative valuation. The study analyzes numerical results obtained through certain mathematical models for determining the fair value of derivatives. The modeling and result analysis were carried out using the MINITAB software package and the Borland Delphi programming language.

Key words: weather derivatives, volatility, mean deviation, rational value, average daily temperature, option, call and put options.